KAPITEL 2

Die ersten Grundtechniken des Faltens

2.1. Halbierungsfaltungen

Die einfachste Faltung eines quadratischen Blattes ist die ***Halbierungsfaltung parallel zu einer Kante***. Die Faltung geschieht entlang einer Mittellinie des Quadrates, die die Mittelpunkte zweier Gegenseiten verbindet. Dies ist eine Art, das Quadrat durch Faltung zu halbieren. Dazu bringt man zwei parallele Quadratkanten eckengerecht aufeinander und streicht das gewölbte Papier glatt. Nach dem Entfalten zeigt sich einem eine kantenparallele Mittellinie als Knifflinie.

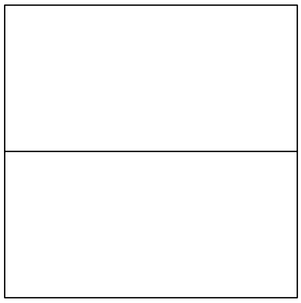


Abb. 1: Das Faltmuster mit einer Mittellinie

Je nachdem von welcher Seite man das eingekniffte Blatt betrachtet, hat man eine *Bergfalte* oder *Talfalte* vor sich. Diese Sprechweise wird auch dann angewandt, wenn die Faltung in irgend einer Richtung ausgeführt wurde, die Knifflinie also nicht mehr unbedingt parallel zur Blattkante verläuft.

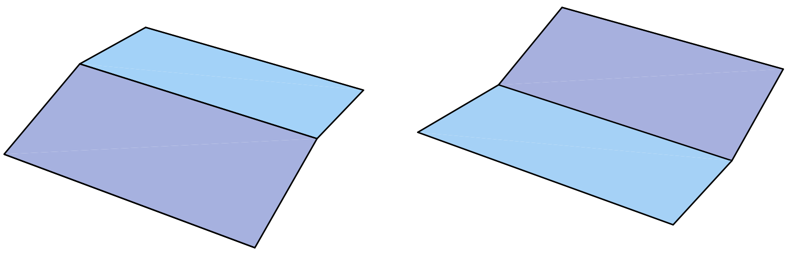


Abb. 2: Bergfalte und Talfalte

Auf eine zweite Art kann man das Quadrat durch Faltung halbieren, wenn man eine Quadratdiagonale einfaltet. Für ***das Falten einer Quadratdiagonale*** bringt man zwei Gegenecken übereinander und achtet dabei darauf, dass die entsprechenden Quadratkanten aufeinander geraten. Hier muss man ausgleichend nachhelfen, bis sich die Ecke ganz spitz erweist. Erst dann streicht man das noch leicht gewölbte Papier glatt! Unsorgfältiges Arbeiten zeigt einem in den Nachfolgeschritten deutlich die Mängel in den gewünschten Endfiguren!! Nach dem Entfalten präsentiert sich einem eine Diagonale.

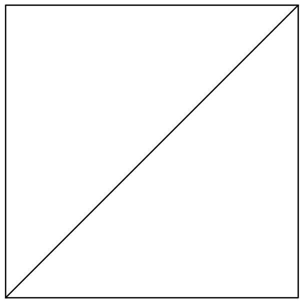


Abb. 3: Das Faltmuster mit einer Diagonale

2.2. Das Falten einer Winkelhalbierenden

Ein weiteres häufiges und dabei wesentliches Element der Falttechnik ist ***das Falten von Winkelhalbierenden***. Wir demonstrieren dies für ein Quadratblatt an einer beliebig eingekniffften quer durch das Quadrat verlaufenden Linie. Beispielsweise sei der untere Winkel an der rechten Seite der Querlinie zu halbieren. Dazu bringt man den rechten Teil der Quadratkante auf die Querlinie. Damit die Winkelhalbierende möglichst exakt entsteht, muss man den Punkt auf der Quadratkante, durch den die Querlinie und die Winkelhalbierende verlaufen sollen, etwa mit dem Fingernagel fixieren und jetzt den Teil der Quadratkante straff auf die Querlinie aufbringen! Dies hat man mit genügender Sorgfalt zu bewerkstelligen, weil sonst der gewünschte Erfolg ausbleibt.

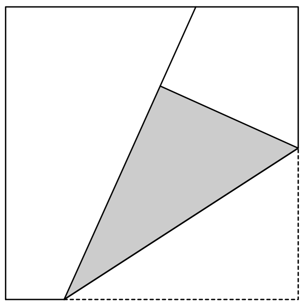


Abb. 4: Zum Einfalten einer Winkelhalbierenden

2.3. Mehrfachfaltungen

Zwei besondere mehrfache Faltungen dienen für eine Reihe von Origamiobjekten als Ausgangsbasis. Dazu startet man mit der Faltung der beiden Mittellinien. Dann wendet man das Blatt und faltet die beiden Diagonalen ein. Das geöffnete Blatt legt man so vor sich hin, dass man eine Quadratkante in der Breite vor sich hat und die Diagonalfalten Talfalten sind.

Jetzt drückt man die rechte und die linke Quadratkante leicht nach innen zusammen und das obere rechtwinklige Dreieck nach unten. Die entstehende Figur ist ein *Vierfachdreieck*. In diesem liegen keine Gegenecken übereinander. Wir sagen, dass es sich um das ***Vierfachdreieck in Ziehharmonika–Weise*** handelt. In der Origamiliteratur trägt diese Figur den kriegerischen Namen Wasserbombenform. Wir bevorzugen die sachgerechtere Bezeichnungsweise. Allerdings kann man das Ausgangsquadrat

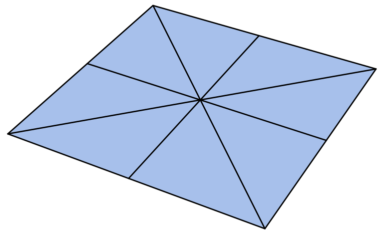


Abb. 5: Ein Blatt mit den gefalteten Mittellinien und Diagonalen

noch in anderer Weise zu einem rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieck, dessen Hypotenuse die ursprüngliche Quadratkante ist, zusammenlegen, so dass 4 Papierlagen übereinander kommen. Dann liegen jeweils Gegenecken übereinander.

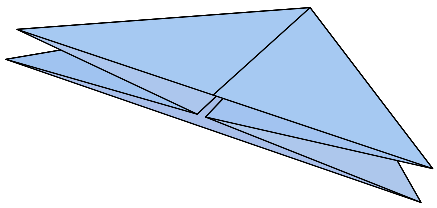


Abb. 6: Ein zum Vierfachdreieck in Ziehharmonika–Weise zusammengefaltetes Quadrat

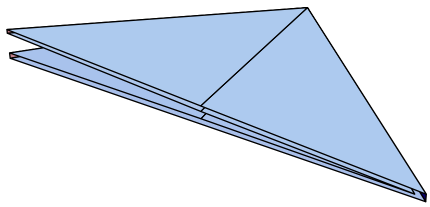


Abb. 7: Ein zum Vierfachdreieck anders als in Ziehharmonika–Weise zusammengefaltetes Quadrat

Wenn man das geöffnete Quadratblatt so vor sich hinlegt, dass eine Quadratecke auf den Faltenden weist und die Diagonalfalten diesmal Bergfalten sind, so kann man wieder durch seitliches Drücken und durch ein Herabdrücken jetzt ein ***Vierfachquadrat in Ziehharmonika–Weise*** herstellen. Bei diesem kommen alle vier Ecken des Ausgangsquadrates zu einer offenen Ecke des vierfachen Quadrates zusammen, so dass ein Gegeneckenpaar zu Nachbarn wird (vgl. Abb. 8). Hier gibt es auch wieder eine andere Zusammenfaltung zu einem vierfachen Quadrat.

O Eine Origami–Fledermaus aus dem Vierfachdreieck.

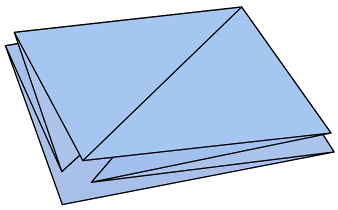


Abb. 8: Ein zum Vierfachquadrat in Ziehharmonika–Weise zusammengefaltetes Quadrat

Ein einfaches, aber schon ansprechendes Origami–Objekt bekommt man aus dem in Ziehharmonika–Weise gefalteten Mehrfachdreieck. Das Mehrfachdreieck legt man mit der auf den Faltenden weisenden rechtwinkligen Spitze vor sich hin. Den rechten Winkel rechts und links oben an der vertikalen Dreieckshöhe halbiert man durch Faltung, indem man die rechte und die linke obere Ecke des oberen Flügels jeweils auf die rechtwinklige untere Spitze bringt. Nun halbiert man bei dem rechts und links aufliegenden rechtwinkligen Dreieck den unteren 45°–Winkel durch Faltung.

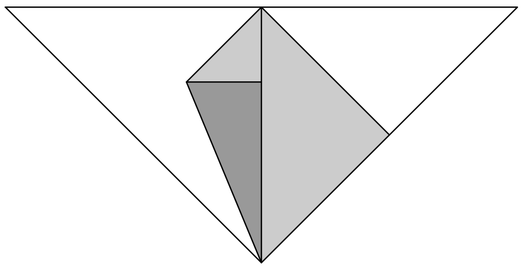


Abb. 9: Vom Vierfachdreieck auf dem Wege zur Fledermaus

Dies macht man gleichfalls mit der Rückseite, nachdem man das gefaltete Blatt gewendet hat. Die aufliegenden rechtwinkligen Halbierungsdreiecke öffnet man auf der einen Seite vollständig zu den Flügeln der Fledermaus. Dabei knifft man die inneren Faltlinien noch etwas als Talfalten nach, so dass sich die Flügel mit ihren Außenkonturen ein wenig aufrichten. Die untere Seite wird zum Rumpf der Fledermaus als vorne offene Dreieckspyramide zusammengeführt.

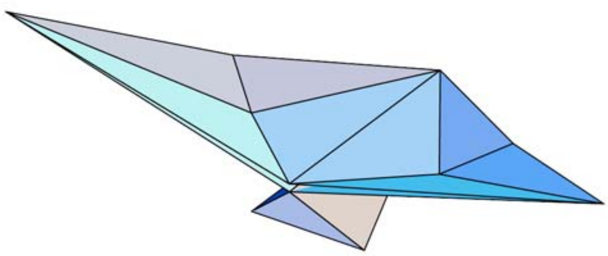


Abb. 10: Eine simple Origami–Fledermaus

Das Faltmuster sieht dann wie folgt aus.

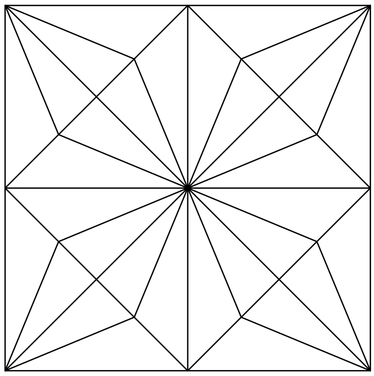


Abb. 11: Das Faltmuster der Fledermaus

In dem Muster erkennt man ein auf der Spitze stehendes Quadrat, dessen Ecken die Kantenmitten des Ausgangsquadrates sind. Außerdem sieht man eine Vierfelderung des Ausgangsquadrates. In jedem dieser Felder gewahrt man einen 45°–Rhombus. In den Zwischenräumen der Rhomben liegen Drachenfiguren, die einen Kopfwinkel von 90° und einen Schwanzwinkel von 45° aufweisen. ♠

M Geometrisches zur Origami–Fledermaus.

Ein erster Blick auf das Faltmuster der Fledermaus hatte den Betrachter des entfalteten Blattes die zuvor genannten Rhomben und Drachenfiguren erkennen lassen. Die auftretenden Winkel in den Dreiecken sind die Vielfachen des kleinsten Winkels $\pi/8$. Welche Vielfachen kommen vor? Es treten die Vielfachen mit den Faktoren $1, 2, 3, 4$ und 5 auf. Der Leser finde diese heraus und zähle sie möglichst systematisch auf.
Nun wollen wir einige Abmessungen von Strecken in diesen Figuren feststellen. Dabei wählen wir die Länge der Kante des Ausgangsquadrates als 1. Die Viertelquadrate sind durch die Diagonalen des Grundquadrates in Dreiecke zerschnitten, in denen die 45°–Winkel und der rechte Winkel halbiert werden. In einem beliebigen Dreieck schneiden sich die drei Winkelhalbierenden der Innenwinkel des Dreiecks in einem inneren Punkt des Dreiecks. Dieser ist der Mittelpunkt des Inkreises des Dreiecks. In unserer Figur liegt davon der Spezialfall des rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecks vor. Zwei der Inkreise sind eingezeichnet.

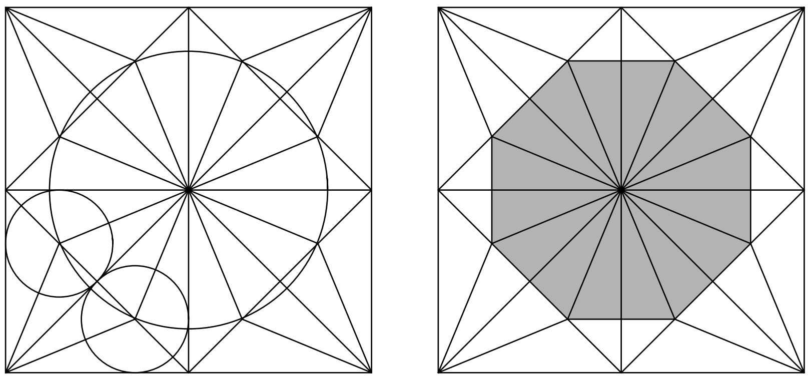


Abb. 12: Der Inkreis eines rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecks und der Umkreis eines regelmäßigen Achtecks

Der Radius des Inkreises stimmt mit der halben kurzen Rhombusdiagonalen überein.

Damit ergibt sich dessen Größe zu:

$$\frac{\sqrt{2}}{4}\tan\frac{\pi}{8} = 0.146446\cdots.$$

Für den Tangens des Winkels 22.5° lässt sich auch noch eine Rückführung auf den Wurzelwert $\sqrt{2}$ vornehmen, nämlich

$$\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1.$$

Das kann man beispielsweise durch Benutzung des Additionstheorems für die Tangensfunktion erhalten.

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\cdot\tan\beta}.$$

Das ergibt bei $\alpha = \beta$ die Möglichkeit, den Tangens von α durch den Tangens von 2α zu berechnen. Man gelangt zu der quadratischen Gleichung

$$(\tan\alpha)^2 + \frac{2}{\tan 2\alpha}\cdot\tan\alpha - 1 = 0.$$

Für den uns interessierenden Winkel $\alpha = \frac{\pi}{8}$ bekommt man wegen $\tan\frac{\pi}{4} = 1$ die gesuchte Beziehung.
Im Rahmen der Rhombusbetrachtungen gelangt man auch — wie wir später sehen werden — zu einer einfachen elementargeometrischen Begründung der Darstellung

$$\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1.$$

Die durch die kurzen Rhombusdiagonalen verbundenen 4 Punktepaare spannen im Quadrat ein regelmäßiges Achteck auf. Den Radius R des Umkreises dieses Achtecks ermitteln wir zu der Größe

$$R = \frac{\sqrt{2}}{4\cos\frac{\pi}{8}} = 0.382683\cdots$$

Der Flächeninhalt des Achtecks setzt sich aus dem Inhalt von 8 gleichschenkligen Zentridreiecken zusammen. Davon kennen wir die Höhe als Hälfte der langen Rhombusdiagonale und die Basis als kurze Rhombusdiagonale. Der Inhalt beläuft sich auf den schon aufgetretenen Wert

$$\sqrt{2} - 1.$$

□

M Kombinatorisches zum Vierfachdreieck und zum Vierfachquadrat.

Mit den Knifflinien im Faltmuster für das Vierfachdreieck und das Vierfachquadrat liegt eine Unterteilung des Ausgangsquadrates in 8 kongruente rechtwinklige gleichschenklige Dreiecke vor. Bei dem Zusammenfalten kommen je nach der Art des Zusammenlegens die unterschiedlichen Dreiecke aufeinander. Wie kann man die damit entstandene Zusammengehörigkeit beschreiben? Dazu schauen wir auf die für die Unterteilung des Quadrates bestehende Berandungsbeziehungen. Die Unterteilungselemente sind 2–dimensional, nämlich die schon genannten 8 Dreiecke, sodann können sie noch 1–dimensional sein, nämlich die Kanten der Dreiecke, oder aber sie sind 0–dimensional, nämlich die Ecken der Dreiecke.

Unterteilungselemente

Dimension	Art	Anzahl
2	Dreieck	8
1	Dreieckskante	8 + 8 = 16
0	Dreiecksecke	8 +1 = 9

Die Kantenzählung kommt so zustande: 8 verlaufen im Inneren des Quadrates, 4 davon liegen auf den Mittellinien und 4 auf den Quadratdiagonalen. Weitere 8 liegen auf dem Rand des Quadrates, jede Quadratkante liefert 2 Dreieckskanten. Die Eckpunktzählung verteilt sich auch wiederum auf das Innere des Quadrates und auf dessen Rand. 1 Eckpunkt liegt im Inneren, nämlich im Zentrum des Quadrates. Auf dem Rand sind es die 4 Eckpunkte des Quadrates und 4 als Kantenmittelpunkte des Quadrates.
Die Bildung der alternierenden Summe der Anzahlen der Unterteilungselemente (e: Zahl der Ecken; k: Zahl der Kanten; f: Zahl der Flächenteile) ergibt ein interessantes Resultat:

$$e - k + f = 1.$$

Zwischenbemerkung: Die vorstehende Anzahlformel — die übrigens eine Version der berühmten EULERschen Polyederformel ist — gilt für jedes Faltmuster eines Quadrates! Bisher waren uns folgende Faltmuster für die Knifflinien begegnet:

(1) Das Faltmuster durch eine Mittellinie. $e = 6;\ k = 7;\ f = 2.$
(2) Das Faltmuster durch eine Diagonale: $e = 4;\ k = 5;\ f = 2.$
(3) Das Faltmuster der betrachteten Winkelhalbierenden: $e = 8;\ k = 11;\ f = 4.$

Andere Faltmuster werden die für das eingestülpte Vierfachdreieck und das eingestülpte Vierfachquadrat sein. Dann liegen folgende Zahlen vor:

$$e = 17; \quad k = 32; \quad f = 16.$$

Zurück zur Berandung! Die Berandungsbeziehungen lassen sich durch einen Graphen darstellen.

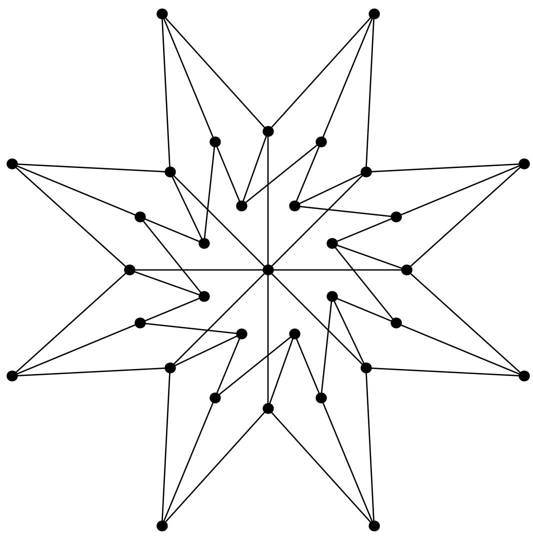


Abb. 13: Der Berandungsgraph der Quadratunterteilung durch die beiden kantenparallelen Mittellinien und die beiden Diagonalen

Außen gruppieren wir als 8 Knotenpunkte des Berandungsgraphen die acht 2–dimensionalen

Berandungselemente. Auf einer Stufe nach innen plazieren wir 16 Dreieckskanten als weitere Knotenpunkte des Graphen. Von den äußeren Knotenpunkten führen Verbindungskanten des Graphen zu denjenigen Knotenpunkten des Berandungsgraphen, die 1–dimensionale Berandungselemente repräsentieren, wenn eine Berandung vorliegt. Es gibt zwei Arten von Kanten. Der eine Typ berandet nur jeweils ein 2–dimensionales Element, von solchen Knotenpunkten geht nur eine Verbindungskante nach außen. Der andere Typ berandet jeweils zwei 2–dimensionale Elemente, nämlich Nachbardreiecke. Von solchen Knotenpunkten gehen also zwei Verbindungskanten des Graphen nach außen. Auf den beiden weiteren Stufen ins Innere finden die Knotenpunkte des Graphen Platz, die für die 0–dimensionalen Berandungselemente, für die Eckpunkte der Unterteilungsflächenstücke, stehen. Der Zentralpunkt berandet 8 Dreieckskanten. □

O Die Irisblüte.

Das Vierfachdreieck soll nun zur Herstellung einer attraktiven Blüte — der *Irisblüte* — dienen. Dazu legt man das Vierfachdreieck in Ziehharmonika–Weise so vor sich hin, dass die Spitze des rechten Winkels auf den Faltenden gerichtet ist. Dann faltet man die linke Ecke des linken oben liegenden Flügels auf die untere Spitze. Ebenso verfährt man mit dem rechten Flügel. Dadurch liegt jetzt jeweils ein doppellagiges halbgroßes rechtwinliges gleichschenkliges Dreieck oben auf. Bei jedem bringt man eine Halbierungsfaltung des unteren 45°–Winkels links und rechts von der Senkrechten an. Solches hat nach dem Wenden des zusammengefalteten Blattes auch mit den beiden Flügeln der anderen Seite zu geschehen. Hier hat sich bisher dieselbe Faltprozedur wie für die Fledermaus abgespielt.

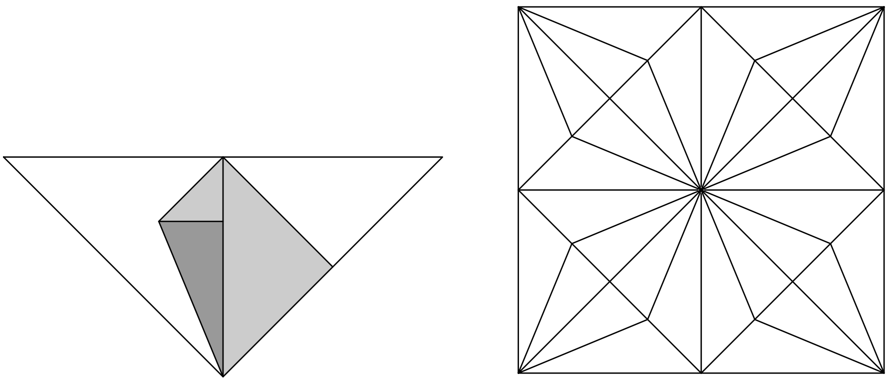


Abb. 14: Die erste Stufe zur Origami–Irisblüte und das bisherige Faltmuster

Das gefaltete Blatt öffnet man bis zu dem Vierfachdreieck, welches nun aber zusätzliche Faltlinien aufweist. Es legt man wieder wie zu Beginn vor sich hin. Jetzt richtet man etwa den linken oben befindlichen Flügel auf und öffnet durch Einschieben eines Fingers das Dreieck und drückt es zu einer Drachenfigur nieder. In dem Drachen zeichnet sich durch die Faltlinien ein 45°–Rhombus ab. Den oberen Teil des Drachens klappt man um die horizontale Mittellinie des Rhombus nach unten und die Dreiecke links und rechts vom Rhombus nach innen ein. Das aufliegende halbe Rhombusdreieck klappt man nach oben zurück. Der ganze 45°–Rhombus tritt damit hervor. Den unteren 22.5°–Winkel im halben Rhombusdreieck links und rechts neben der langen vertikalen Rhombusdiagonale halbiert man durch Faltung. Diese Prozedur vollzieht man mit den übrigen drei Flügeln. Hierbei ist es für einen Anfänger vielleicht angebracht, einen Flügel und den gegenüberliegenden Flügel von der anderen Seite nacheinander zu behandeln. Den Abschluss der Irisblüte erreicht man, indem man jeweils die obere 45°–Spitze bis zu dem Beginn der Mehrfachlagen hinunter klappt und wieder in die Waagerechte zurückbringt. Kinder haben hierin für sich eher eine Rakete als eine Blüte gesehen. Die Blüte soll sich etwas öffnen. Man kann sie noch mit einem stützenden Stängel umgeben, den man ebenfalls aus dem Vierfachdreieck erzeugt.

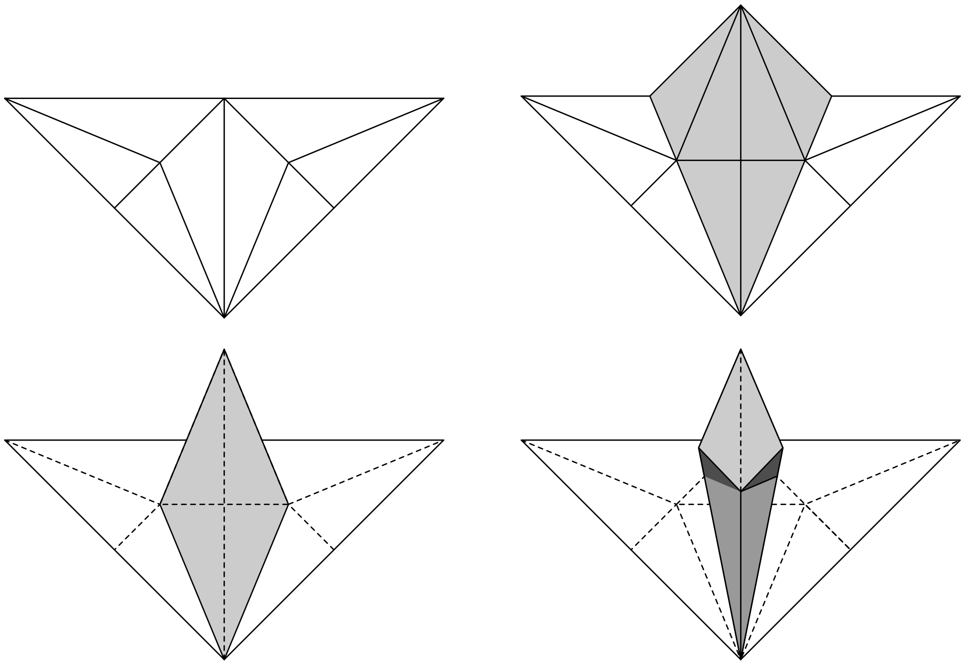


Abb. 15: Die nächsten Stufen zur Origami–Irisblüte

♠

$\boxed{\textbf{O}}$ Eine Origami–Lilie.

Das Vierfachdreieck konnte man in Ziehharmonika–Weise und auch noch in einer leicht abgewandelten Form zusammenlegen (vgl. S. 13). Nachdem man nämlich die beiden Faltungen der Mittellinien parallel zu den Quadratkanten sowie auch die beiden Faltungen der Diagonalen ausgeführt hat, lässt man jetzt das Quadratblatt nach der letzten Diagonalfaltung schon ohne es zu entfalten zusammen. Nun klappt man dieses Dreieck zur halben Größe übereinander und dreht es mit der rechtwinkligen Spitze zum Faltenden, so dass etwa die beiden getrennt liegenden Katheten nach rechts kommen. Die weiteren Faltanweisungen führt man zunächst mit dem rechten oberen Teil aus. Der rechte Winkel oben an der Mittellinie des Dreiecks wird halbiert. Dann halbiert man ohne zu entfalten den 45°–Winkel unten rechts von der Mittellinie. Jetzt entfaltet man das soeben bearbeitete kleine Halbierungsdreick. In dem zeigen sich die Mittelsenkrechte und die bis zu dieser hinreichenden Winkelhalbierenden der beiden 45°–Winkel. Das ist einem schon von der Irisblüte geläufig. Für das darunterliegende Dreieck der anderen Seite geschieht nach dem Wenden des Blattes Entsprechendes. Die Lage der Ausgangsseite sei darauf wieder eingenommen. Den gefalteten rechten Flügel richtet man auf, spreizt ihn wie bei der Irisblüte auf und drückt das Gebilde zu einer Drachenfigur nieder. In diesem Drachen zeichnet sich durch Knifflinien ein 45°–Rhombus ab. Den oberen Teil des Drachens klappt man um die horizontale Mittellinie des Rhombus nach unten und faltet die beiden Seitenteile nach innen. Es entsteht eine kleinere Drachenfigur. Das untere gleichschenklige Dreieck mit einem 45°–Winkel faltet man nach oben. Damit liegt über einem rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieck der 45°–Rhombus. Für die andere Seite sei dieser Rhombus auch hergestellt. Nun klappt man das Dreieck mit dem Rhombus nach links weg. Es ergibt sich ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit den rechts und links anhängenden Rhomben. Die halben Rhomben holt man nach vorn, wie es die Abbildung 17 oben links zeigt. Dann klappt man die Rhombushälften wieder auf. Jetzt legt man ein Lineal oder eine Papierkante als Führungshilfe durch die obere Spitze und die äußere sichtbare Rhombusecke, um eine Faltung anbringen zu können, wie es im rechten Bildteil gezeigt wird. So verfährt man auch mit dem linken und dem rückwärtigen Teil. Die halben Rhomben bringt man als Umhüllungen in die angegebene Lage. Nach dem Wenden passiert entsprechendes auf der rückwärtigen Seite.

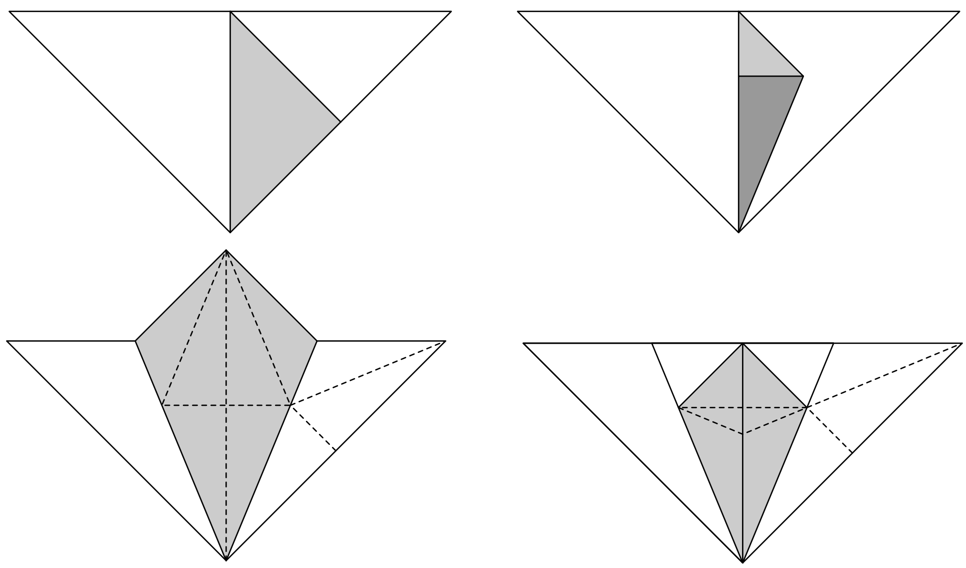


Abb. 16: Zur Entstehung der Lilienblüte

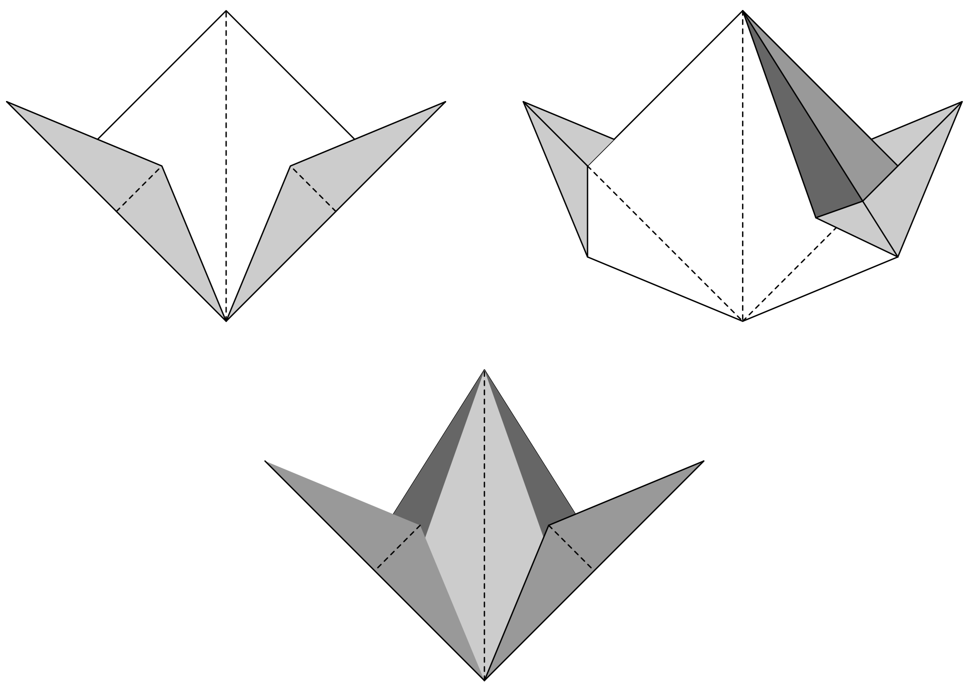


Abb. 17: Die weiteren Schritte zur Entstehung der Lilienblüte

♠

O Ein Stängel für die Irisblüte und die Lilie.

Einen einfachen Blütenstängel kann man sich für die beiden zuvor betrachteten Blüten aus dem in Ziehharmonika–Weise gefalteten Vierfachdreieck herstellen. Die rechtwinklige Spitze des Dreiecks richtet man auf den Faltenden und halbiert die von den beiden Katheten ausgehenden 45°–Winkel durch Falten. Den halbierten Winkel halbiert man noch einmal. Dies tut man ebenso für die Rückseite. Es entsteht eine lanzettförmige Pfeilspitze. Den spitzen Schaft der Irisblüte umgreift man mit dem stumpfen Ende der Pfeilspitze und bedient sich des dauerhaften Haltes wegen der Klebe. Für die Lilie halbiert man in den kleinen oberen 4 Abschlussdreiecken den Zentralwinkel durch Falten. Damit treten gewissermaßen als Widerhaken die halben Dreicke nach außen. Diese fungieren bei der Lilie als Stützen der Blüte. Den unteren Blütenteil klebt man etwas tiefer ein. Dadurch kommt eine Spannung auf den Blütenboden zustande, die die Blüte zum Öffnen bringt. Das macht sie sehr attraktiv! Dieser ansprechende Ein-

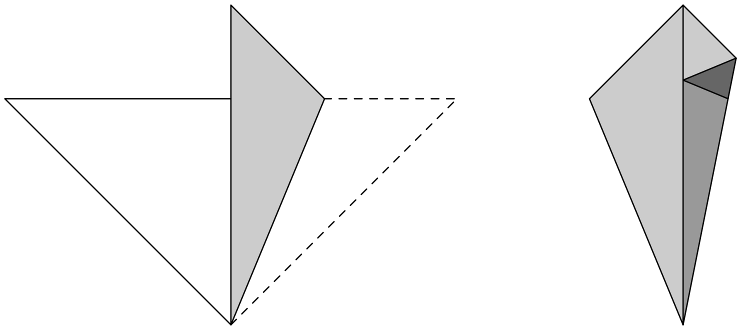


Abb. 18: Der Blütenstängel wird gefaltet

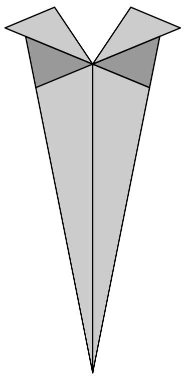


Abb. 19: Der Blütenstängel für die Lilie

druck wird noch gesteigert, wenn man für die Blüte ein Papier benutzt, was auf den beiden Seiten unterschiedliche Färbung aufweist. ♠

$\boxed{\textbf{M}}$ Geometrisches und Trigonometrisches zum Origami-Lilienstängel .

Das Faltmuster des Stängels der Irisblüte ist einfach ein Strahlenbild in einem Quadrat, wo vom Zentrum des Quadrates die Strahlen mit einem Winkelabstand von $\pi/16$ zum Rand verlaufen. Das Muster des Stängels der Origami-Lilie hat zusätzlich noch in den Quadratecken von den Diagonalen ausgehende Verbindungen zum Rand. Wenn die Quadratkante die Länge 1 hat, so sind die Verzweigungspunkte auf den Diagonalen um die Größe

$$\frac{1}{2\cos\pi/8} = 0.541196\cdots$$

vom Mittelpunkt entfernt. Im Zusammenhang mit der später behandelten Winkelhalbierungsfaltungen der $\pi/4$–Winkel an der Diagonale eines Quadrates kommen die trigonometrischen Größen

$$\tan\frac{\pi}{8}, \quad \cos\frac{\pi}{8}, \quad \sin\frac{\pi}{8}$$

als Wurzelausdrücke zur Sprache. Wir nehmen hier lediglich auf den Cosinuswert Bezug:

$$\cos\frac{\pi}{8} = \frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{2}}} = 0.923879\cdots$$

In dem Faltmuster des Blütenstängels wollen wir die Winkelgrößen erörtern, mit denen die Mittelpunktstrahlen auf den Rand treffen. Gemäß dem Anwachsen des Zentriwinkels fallen die Einmündungswinkel in der Folge $8\pi/16, 7\pi/16, 6\pi/16, 5\pi/16, 4\pi/16$. Dann wiederholen sie sich wegen der spiegelbildlichen Situation. Nun verbleibt noch eine Betrachtung zu den kleinen Dreiecken in den Quadratecken, die durch das Abspreizen der Widerhaken im Faltmuster entstehen. Die Länge der gemeinsamen Basislinie bekommt man als Differenz der halben Diagonallänge des Quadrates und dem schon ermittelten Abstand des Spreizpunktes vom Mittelpunkt.

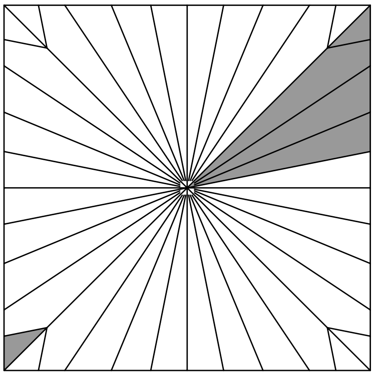


Abb. 20: Das Faltmuster des Blütenstängels für die Lilie

Die drei Winkel in dem interessierenden Dreieck betragen:

$$\pi/4,\ 3\pi/16,\ 9\pi/16.$$

Demzufolge sind die beiden durch Grautöne markierten Dreiecke ähnlich. □

M Trigonometrisches zur Lilienblüte.

Die nach oben weisenden Blütenblätter bringen in der Konstruktion einen schlanken Winkel in Erscheinung, um den die Quadratkanten längs einer Führungskante nach innen geklappt werden (vgl. Abb. 21). In seine Größe verschaffen wir uns einen

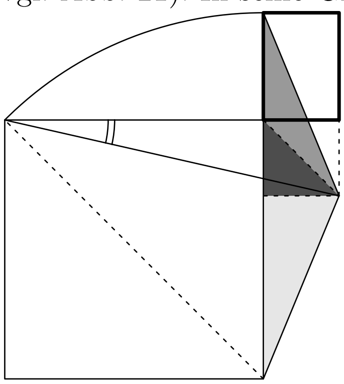


Abb. 21: Zur Feststellung des schlanken Faltwinkels bei der Lilienblüte

Einblick mittels des Quadrates, an dem die Hälfte des 45°–Rhombus angesetzt ist. Die lange Diagonale des Rhombus ist zur Diagonale des Quadrates kongruent. Wenn wir die Quadratkante mit der Länge 1 annehmen, so beträgt die Länge der kurzen Rhombusdiagonale

$$\sqrt{2} \cdot \tan(\frac{\pi}{8}) = 2 - \sqrt{2}.$$

Hierbei haben wir von dem Tangenswert eines Winkels von 22.5° als

$$\sqrt{2} - 1$$

Gebrauch gemacht. Dazu vergleiche man die Ausführungen bei den Parallelogrammen. Dann misst der gesuchte Winkel

$$\arctan(\frac{2-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}) = 12.76439\cdots^\circ .$$

Das stark umränderte Rechteck ist ein OSTWALDsches Rechteck mit den Abmaßen

$$\frac{2-\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2} - 1.$$

□

2.4. Faltungen des Einstülpens

An den beiden Grundformen des Origami — dem Vierfachdreieck und dem Vierfachquadrat — wird jetzt die ***Technik des Einstülpens*** demonstriert. Die geschlossene Ecke des Vierfachquadrates — das ist diejenige, welche beim Entfalten zum Mittelpunkt des Quadratblattes wird — faltet man zu einem kleinen Betrag mittengerecht auf die offene Ecke zu. Die Knifflinie muss man sehr scharf ziehen! Dann klappt man das übergekippte kleine Dreieck an der Knifflinie zur anderen Seiten und zieht auch diese Knifflinie betont scharf! Nach dem Entfalten des Gesamtblattes zeigt sich einem das Faltmuster. Entsprechend geht man bei dem Vierfachdreieck vor. In dem Faltmuster ist für das Vierfachquadrat ein auf der Spitze stehendes kleines Quadrat um das Zentrum entstanden. Beim Vierfachdreieck fällt das Zentralquadrat kantenparallel zum Grundquadrat aus.

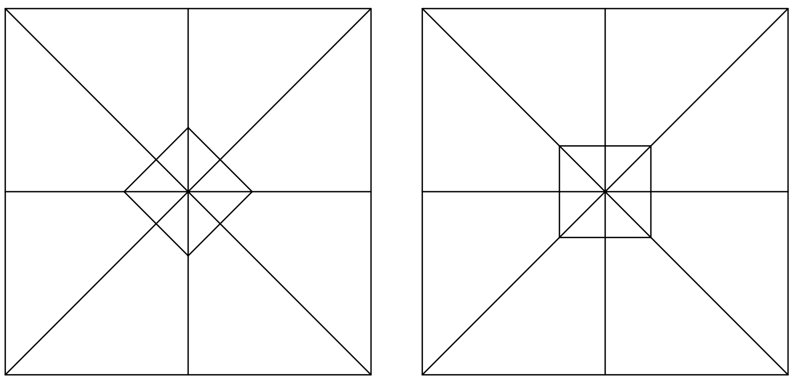


Abb. 22: Die Zentralquadrate im Faltmuster der Einstülpung beim Vierfachquadrat und beim Vierfachdreieck

Nun zur Einstülpung! Wir schildern dies an dem Blatt für das Vierfachquadrat, wo also das Zentralquadrat auf der Spitze steht. Man beginnt mit der Seitenfläche des Quadrates, auf der die Diagonalen Bergfalten sind. Für jede Diagonale knifft man die Kante des Zentralquadrates noch einmal leicht durch Hinunterdrücken nach. Die von den Ecken des Zentralquadrates ausgehenden Teile der Mittellinie macht man

nun zu Bergfalten und die Außenteile der Diagonalen zu Talfalten. Jetzt kann man wieder ein — allerdings gewandeltes — Vierfachquadrat zusammendrücken, bei dem nämlich die obere Ecke nach innen gestülpt ist. Hier muss man einige Male üben, um die Einstülpungen gekonnt hin zu bekommen!
Eine beigefügte Illustration zeigt ein Zwischenstadium der Entstehung der Einstülpung für das Vierfachdreieck (vgl. Abb. 23). Beide eingestülpten Vierfachformen liefern

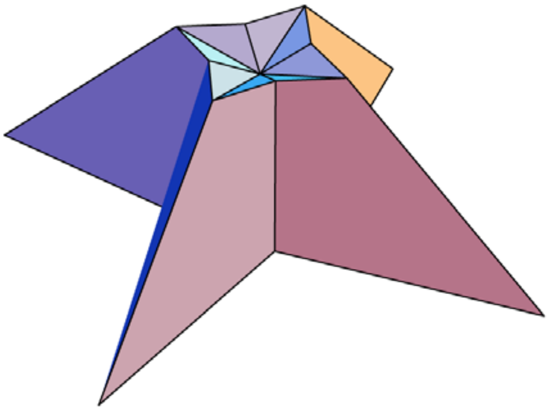


Abb. 23: Auf dem Wege zum eingestülpten Vierfachdreieck

schon die ersten reizvollen Origamiobjekte.

O Die einfachsten Origamiblüten mit eingestülptem Blütenboden.

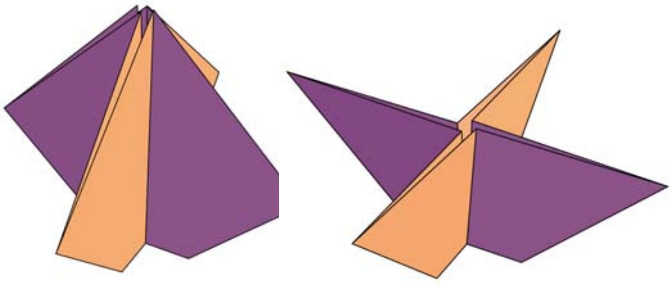


Abb. 24: Das eingestülpte Vierfachquadrat und das eingestülpte Vierfachdreieck als Origamiblüten aufgestellt

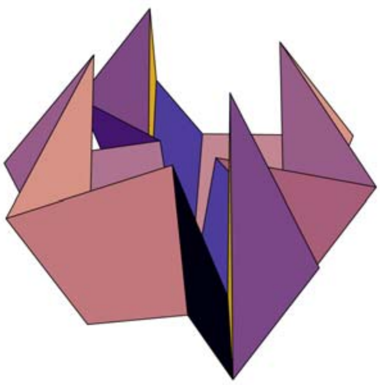


Abb. 25: Das eingestülpte Vierfachdreieck zu einer etwas formenreicheren Blüte weiterverarbeitet

♠

O Eine formenreichere Blüte mit eingestülptem Blütenboden.

Wie stellt man die formenreichere Blüte mit eingespülptem Blütenboden her (vgl. Abb. 25)?

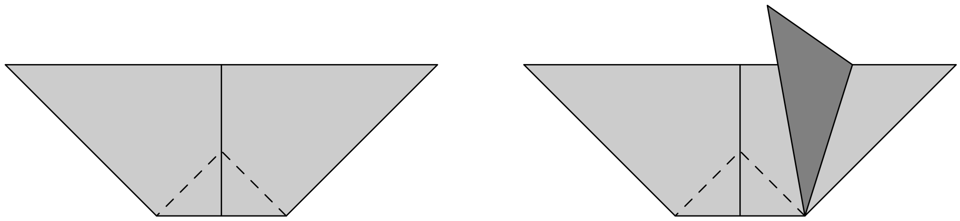


Abb. 26: Das eingestülpte Vierfachdreieck in der Bearbeitung zur formenreicheren Blüte

Das eingestülpte Vierfachdreieck bildet in der Draufsicht ein Trapez. Dies legt man mit der kurzen Seite der beiden Parallelseiten frontal vor sich hin und faltet etwa den rechten aufliegenden Flügel nach links (vgl. Abb. 26). Dabei soll die Faltlinie durch den rechten unteren Trapezpunkt verlaufen.(Dies wird nur wegen des dann klareren Faltmusters vorgeschlagen!) Es ist jedem nach eigenem Ermessen überlassen, wie groß man den Knickwinkel wählt. An dem Endprodukt wird man die Gefälligkeit der Blütenform beurteilen und die nächsten Blütenexemplare möglicherweise mit anderem Knickwinkel formen. Wir haben die im Faltmuster ersichtlichen Werte für Bodengröße und Winkel als ansprechend empfunden. Mit allen übrigen 3 Flügeln verfährt man entsprechend und knickt jetzt die nach außen stehenden Doppeldreiecke an allen 4 Flügeln entlang den Faltlinien nach innen. (Zwecks Einordnung des letzten Schrittes des Faltgeschehens vergleiche man hierzu die anschließende Gegenbruchfaltung.)
Die Blüten kann man zweckmäßig mit Stängeln versehen. Wie man solche faltet, war vorher schon bei der Iris– und Lilienblüte erörtert worden. So ausgerüstet stellen sie ansprechende Geschenkgaben dar. ♠

M Eine Betrachtung zu den Trapezen.

Im Zusammenhang mit dem eingestülpten Vierfachdreieck und dem Faltmuster der formenreicheren Blüte mit eingestülptem Blütenboden trat die spezielle geometrische Figur eines Trapezes auf. Das ist ein Viereck, in dem eine Seite und ihre Gegenseite zueinander parallel sind (vgl. Abb. 27 und 28).

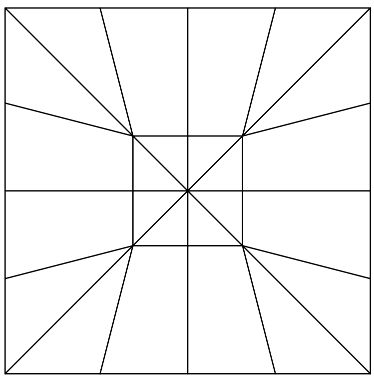


Abb. 27: Das Faltmuster der formenreicheren Blüte mit eingestülptem Blütenboden

Die Figurenklassse der Trapeze ist allgemeiner als die Klasse der Parallelogramme, wo ja die Parallelität für beide Paare von Seite und Gegenseite gilt. Wenn bei einem Trapez nur für ein Paar von Seite und Gegenseite die Parallelität zutrifft, so handelt es sich um ein eigentliches Trapez. Das nicht parallele Paar von Seite und Gegenseite heißt dann das Schenkelpaar.

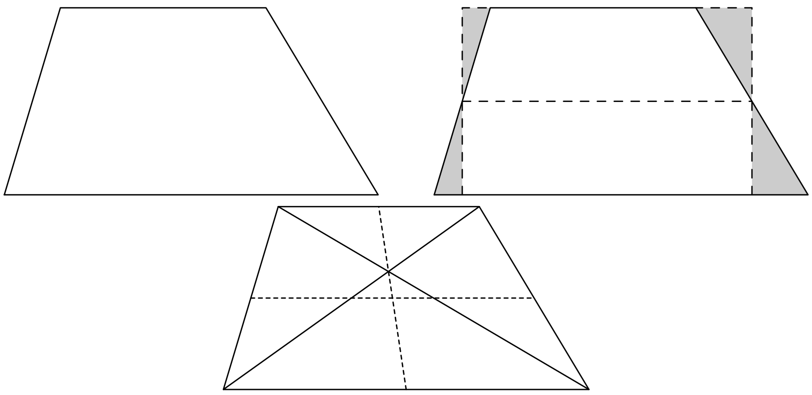


Abb. 28: Zum Flächeninhalt eines Trapezes und zu den Diagonalen und beiden Mittellinien

Der Flächeninhalt A eines Trapezes ist leicht durch Flächenverwandlung auf den Inhalt eines Rechtecks zurückzuführen.

$$A = m \cdot h \quad und \quad m = \frac{1}{2}(g + d).$$

Hierbei ist m die Länge der Mittellinie, die die Mittelpunkte der Schenkel miteinander verbindet und h die Länge der Höhe des Trapezes, dh. der Abstand der beiden Parallellinien.

Anmerkung: Auch ein Dreieck verwandelt man durch die gleiche Prozedur der Parallelen zu einer Dreieckshöhe durch die Mitten der Seiten, die mit der Höhe in einem Punkt zusammenlaufen, in ein flächengleiches Rechteck gleicher Höhe! Ein Dreieck ist ein Grenzfall eines Trapezes.

Zurück zum allgemeinen Trapez! Die andere Mittellinie, welche also die Mittelpunkte der beiden Parallellinien miteinander verbindet, verläuft durch den Schnittpunkt der Diagonalen des Trapezes! Dies erschließt man aus dem Strahlensatz. Außerdem folgt auch aus dem Strahlensatz, dass die Abstände des Schnittpunktes der beiden Diagonalen von den beiden Parallellinien sich nicht verändern, wenn man das Trapez schief verformt, also die jeweiligen Längen der Basislinie und der Decklinie und den Abstand dieser beiden Parallelen voneinander beibehält, aber etwa die Basislinie oder auch die Decklinie auf ihren Geraden verschiebt. □

O Ein simpler Schmetterling.

Aus dem eingestülpten Vierfachdreieck in Ziehharmonika–Weise, das in der Draufsicht als ein gleichschenkliges Trapez erscheint, formen wir jetzt einen ***Schmetterling***. Dazu klappen wir die oben aufliegende rechte Trapezhälfte nach links. Dann wird durch Winkelhalbierung dieser Teil an die vertikale Mittellinie gefaltet. Nun dreht man diesen übereinander liegenden Teil um die Mittellinie nach rechts. Jetzt faltet man wieder durch Winkelhalbierung diesen Teil an die Mittellinie heran. Die Faltlinien müssen scharf gezogen werden, weil man ja gestapelte Papierschichten zu bearbeiten hat. Die Faltergebnisse sind in der Figur Abb. 29 in Draufsicht gezeigt. Was bisher für den rechten Teil geschehen ist, hat man auch für den linken Teil zu wiederholen. Das entfaltete Blatt liefert folgendes Faltmuster (vgl. Abb. 30).

Jetzt wendet man das gefaltete Blatt, so dass die beiden doppelt liegenden Trapezteile nach oben gelangen. Das werden die Flügel des Schmetterlings. Die beiden auf

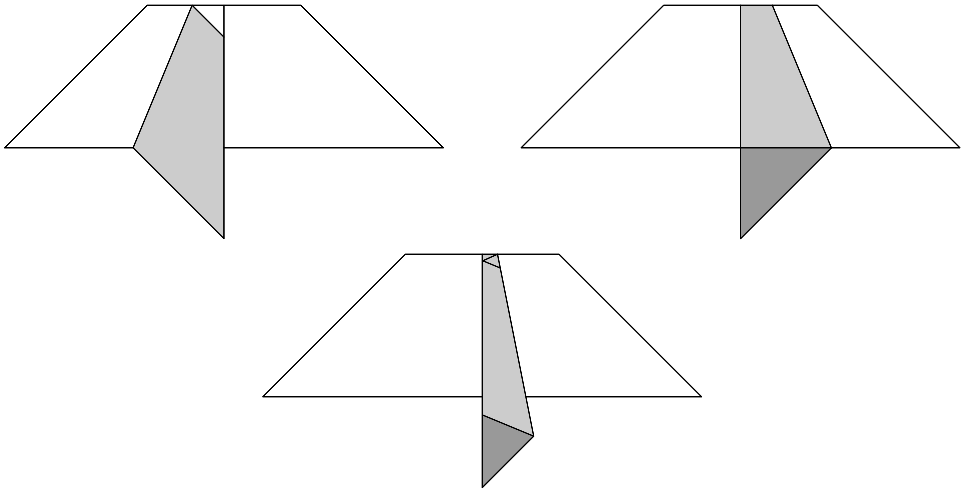


Abb. 29: Draufsichtfiguren für die Herstellung eines Schmetterlings

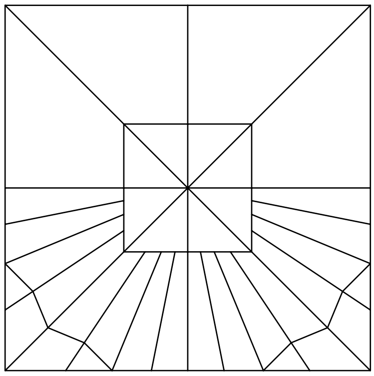


Abb. 30: Das Faltmuster auf dem Wege zum Schmetterling

den Faltenden weisenden Vierecke knickt man als vordere Beine des Schmetterlings geeignet ab (vgl. Abb. 31).

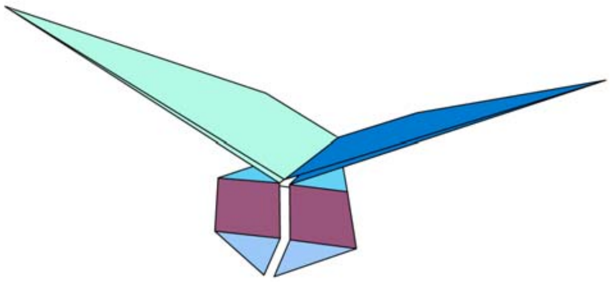


Abb. 31: Ein Origamischmetterling

♠

2.5. Gegenbruchfaltung

Im letzten Arbeitsgang zur Faltung der formenreicheren Blüte aus dem Vierfachdreieck mit eingestülptem Blütenboden kam ein Einknicken eines Teils nach innen vor. Diese Prozedur tritt häufiger auf. Sie soll noch einmal etwas genauer beleuchtet werden. Wir schildern das Vorgehen für den sogenannten ***Gegenbruch*** hier an einer Faltkante durch ein Quadrat und wenden im dann folgenden Origami–Objekt den Gegenbruch sogleich an.

Die rechte untere Quadratecke sei nach innen in das Quadrat gekippt (vgl. Abb. 32). Es entsteht eine schräge Faltkante. An dieser soll eine Gegenbruchfaltung in einer gewissen auszuwählenden Schräge nach oben angebracht werden, die an einem gewissen gewünschten Punkt der Faltkante beginnt. Dazu kippt man den rechten Teil des schon gefalteten Blattes nach links über, so dass eine neue Faltkante in der gewünschten Schräge beginnend in dem gewünschten Knickpunkt entsteht. Die letzte Faltung führt man wieder zurück und hebt rechts etwas an und faltet an den durch den Knickpunkt verlaufenden drei Faltlinien eine Einkerbung nach innen. Der aufmerksame Leser wird erkennen, dass man die Faltungen für das Vierfachdreieck und das Vierfachquadrat auch durch jeweils zwei Gegenbruchfaltungen hervorbringen kann.

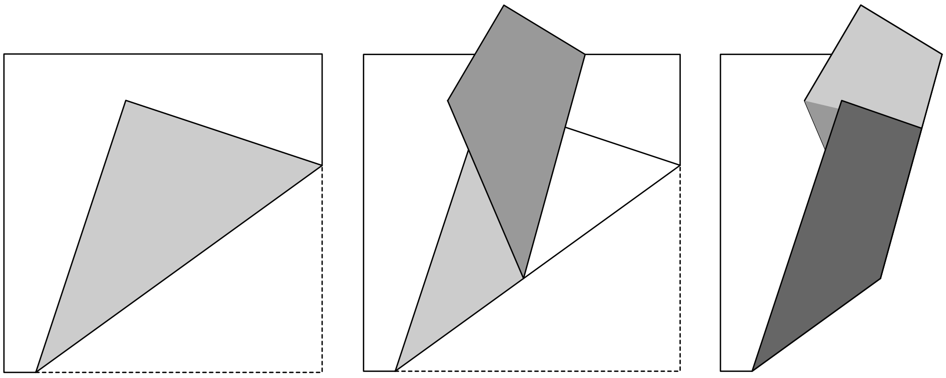


Abb. 32: Eine Gegenbruchfaltung entsteht

O Eine Blüte mit gewölbten Blütenblättern.

Die Gegenbruchfaltung wird jetzt in einem mehrfachgefalteten Blatt zur Erzeugung einer weiteren Blüte eingesetzt. Man geht vom Vierfachquadrat aus. Dieses richtet man mit der geschlossenen Spitze auf den Faltenden. Die beiden unteren 45°–Winkel an der Diagonale halbiert man durch Faltung. So verfährt man auch auf der anderen Seite, nachdem man das Blatt gewendet hat. Es ist ein mehrfach überlagerter Drachen entstanden. Längs der langen Drachendiagonale faltet man den Drachen zusammen und und bringt auf etwa halber Schwanzlänge eine Gegenbruchfalte ein. Das zeigen wir in einem Seitbild (vgl. Abb 33)

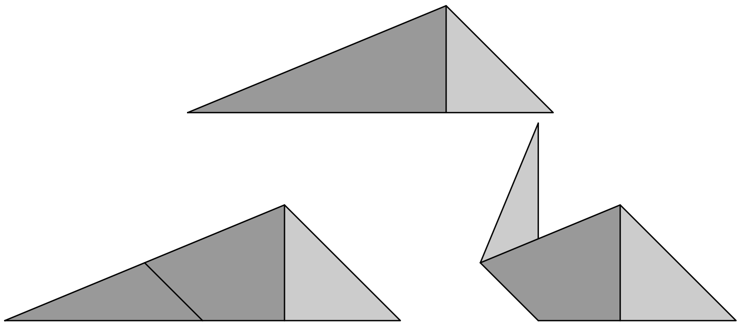


Abb. 33: In den zusammengefalteten Drachen wird eine Gegenbruchfalte eingebracht

Jetzt öffnet man am Drachenkopf die vier quadratischen Teile. Wenn man den Schwanzteil zusammendrückt, so formt die entstehende Spannung die quadratischen Teile zu gewölbten Blütenblättern. Die Blüte wird farblich attraktiver, sofern man als Ausgangsblatt eines mit unterschiedlichen Farbseiten benutzt. Im Falle, dass kein solches zur Hand ist, klebt man zwei mit verschiedenen Farben zusammen.

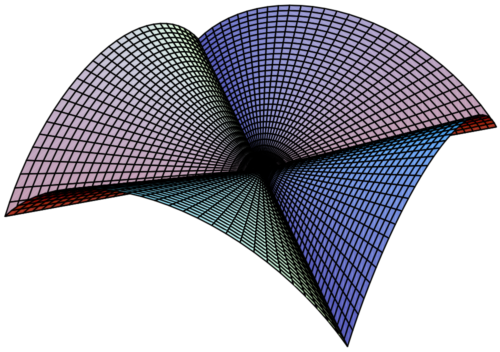


Abb. 34: Eine aus dem Vierfachquadrat hervorgebrachte Blüte mit gewölbten Blättern in der Draufsicht

Für diese Blüte fertigt man einen Stängel aus einem quadratischen Blatt an, dessen Kante ein Viertel im Vergleich zur Kante des Ausgangsquadrates ausmacht. Das Quadrat richtet man mit einer Ecke auf den Faltenden aus. Nun halbiert man die beiden $\pi/4$–Winkel rechts und links unten an der vertikalen Diagonale. Das wird auch auf der Rückseite vorgenommen. Bei dem entstandenen Drachen halbiert man noch einmal die Winkel rechts und links von der Diagonale am Schwanzende (vgl. Abb. 35). Der Stängel wird an die Blüte geklebt, so dass er das untere Ende der Blüte umgreift.

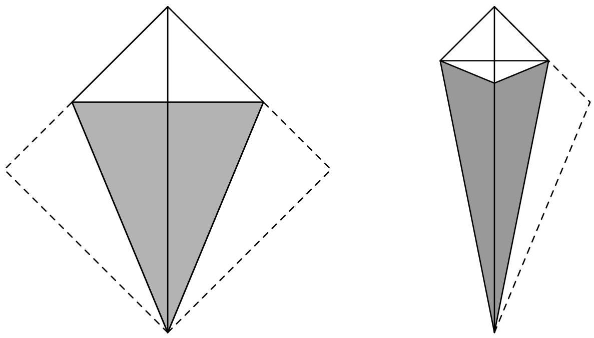
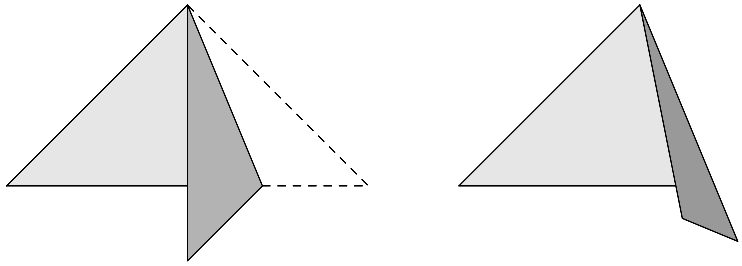


Abb. 35: Verfertigung eines Stängels für die Blüte mit den gewölbten Blütenblättern

Für die soeben hergestellte Blüte war vom Vierfachquadrat ausgegangen worden. Hier kann der Leser experimentieren und mit dem Vierfachdreieck beginnen. Was lässt sich jetzt aus dem mehrfach gefalteten Drachen hervorbringen? ♠

O Eine weitere Blüte mit gewölbten Blütenblättern.

Wir zeigen eine in der Überschrift genannte Blüte, die ansprechend ist und sich einfach herstellten lässt. Dazu geht man von dem Vierfachdreieck in Ziehharmonikaweise aus. Dann klappt man dieses rechtwinklige gleichschenklige Dreieck noch einmal längs seiner zur Hypotenuse senkrechten Höhe zusammen. Das erhaltene rechtwinklige gleichschenklige Dreieck legt man mit der Hypotenuse frontal so vor sich hin, dass die offenen Katheten alle links erscheinen. Die rechte Kathete wird nun nach innen gefaltet, so dass sie die vorherige Hypotenuse senkrecht durchsetzt. Die Faltkante muss sehr scharf gezogen werden! Jetzt faltet man diese Vertikale wieder nach rechts, indem man den entstandenen oberen $\pi/4$–Winkel halbiert. Auch hier bedarf es einer scharfen Kante. Um das mehrfach liegende schmale Dreieck, das als Stängel dient, gruppiert man die vier geöffneten Blütenblätter.



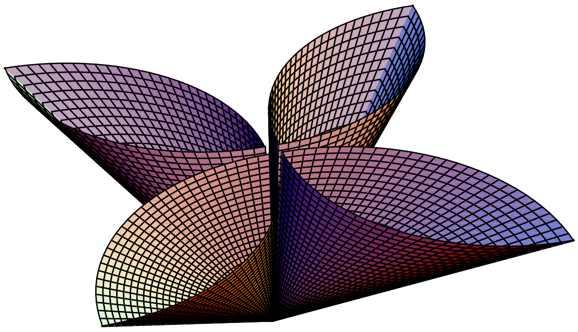


Abb. 36: Eine weitere Blüte mit gewölbten Blättern

♠

O Drei Keilgebilde.

Als weitere Einübung der Grundtechniken versuchen wir uns an 3 Keilgebilden, die in räumlicher Ansicht gezeigt werden. Dazu schildern wir die Faltschritte für das erste Gebilde vollständig. Bei den beiden anderen kommen noch Gegenbruchfaltungen hinzu, durch die man zum Endergebnis gelangt. Der Leser mag anhand der Faltmuster die nicht weiter beschriebenen zusätzlich erforderlichen Faltungen rekonstruieren. Hier wird das gelingen. Es kann im allgemeinen einen rechten Spürsinn benötigen, aus dem Faltmuster und einem Blick auf das Endprodukt den Faltablauf zustande zu bringen. Auf fortgeschrittener Stufe der Erfahrungen als Falter hat das seinen Reiz. Hierzu vergleiche man an späterer Stelle die *Origamics* des Japaners Haga.
Zuerst faltet man eine kantenparallele Mittellinie ein und nach dem Öffnen des Blattes werden die zu dieser Mittellinie parallen Quadratkanten auf die Mittellinie gefaltet. Nach dem abermaligen Öffnen fertigt man das Vierfachquadrat an. In diesem quadratischen Gebilde zeichnet sich eine Diagonale ab, die von der geschlossenen Ecke zur offenen Ecke verläuft. Sie wird von der sich abzeichnenden Mittellinie in der Mitte des Vierfachquadrates getroffen. Auf diesen Mittelpunkt faltet man die geschlossene Ecke und zieht die Faltkante deutlich scharf. Nach dem Öffnen des Blattes faltet man die Kanten des Innenquadrates noch einmal nach und drückt die Quadratmitte etwas nach unten, so dass die zu den kantenparallelen Viertellinien parallele Diagonale

des Innenquadrates die Einkerbungslinie des Keilgebildes wird, welches man von der rechten und linken Seite aus zusammen geschoben hat (vgl. Abb. 37 und 38).

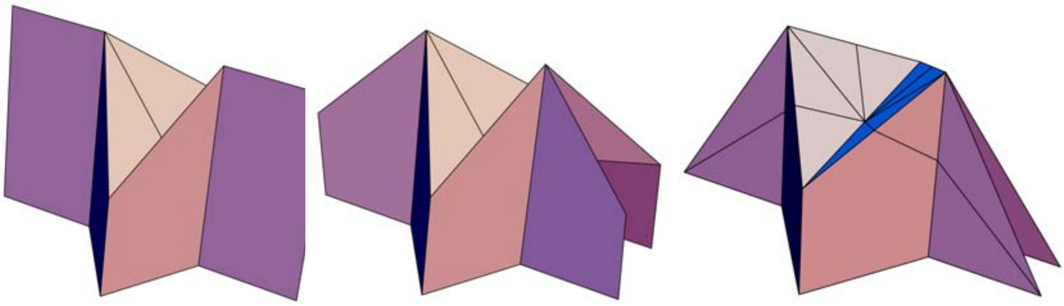


Abb. 37: Drei Keilgebilde

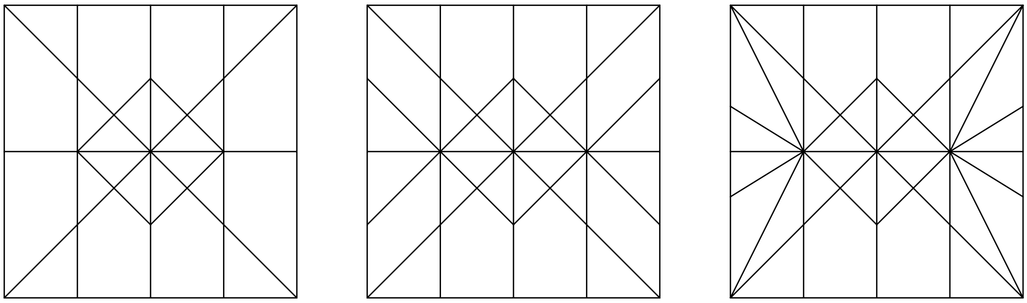


Abb. 38: Die Faltmuster der drei Keilgebilde

♠

$\boxed{\mathbf{M}}$ Winkelhalbierung in einem Doppelquadrat.

Bei dem ersten Keilgebilde befinden sich rechts und links außen auf der Vor– und Rückseite jeweils Doppelquadrate, d.h. Rechtecke mit einem Seitenverhältnis 1 : 2. Für das dritte Keilgebilde waren in diese Doppelquadrate Diagonalen einzufalten, die von den unteren Außenpunkten ausgehen. Dann ist schließlich noch der größere Winkel an der Rechteckdiagonale zu halbieren. Diese Winkelhalbierung verdient eine besondere Betrachtung, weil damit ein besonderes Rechteck verbunden ist. Dies heben wir in einer zugehörigen Figur extra hervor (vgl. Abb. 39).

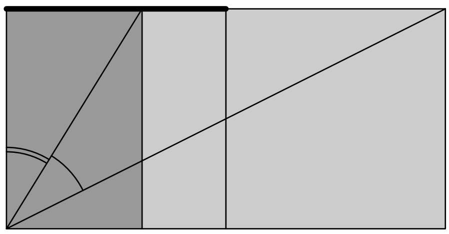


Abb. 39: Ein Doppelquadrat und die Halbierung des größeren Winkels an der Diagonale

Die Seitenlänge des Quadrates sei als 1 gewählt. Der größere Winkel an der Diagonale misst

$$\arctan 2.$$

Die Winkelhalbierende dieses Winkels liefert eine Diagonale in einem Rechteck, das dunkelgrau unterlegt ist. Die Besonderheit des Rechtecks besteht in seinem Seitenverhältnis. Hier tritt der berühmte goldene Schnitt in Erscheinung. Die kurze Rechteckseite zur langen Rechteckseite ergeben die goldene Schnittzahl

$$\sigma = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0.61803\cdots.$$

Über den goldenen Schnitt erfolgen später noch ausführliche Darlegungen beim goldenen Rechteck und dem regulären Fünfeck.
Jetzt muss die aufgestellte Behauptung über das Seitenverhältnis bewiesen werden. Man bedient sich etwa des Additionstheorems für den Tangens. So eine Überlegung war schon einmal vorher bei den geometrischen Ausführungen zur Fledermaus geleistet worden. Die quadratische Gleichung

$$(\tan\alpha)^2 + \frac{2}{\tan 2\alpha}\cdot\tan\alpha - 1 = 0$$

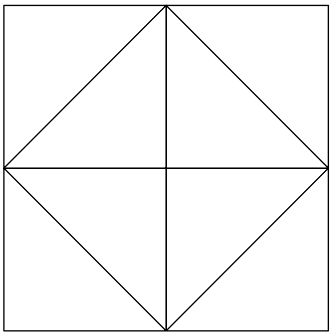
ist jetzt bei $\tan 2\alpha = 2$ zu lösen. Das liefert

$$\tan\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Die obere linke Quadratseite wird demnach durch die Winkelhalbierende gemäß dem goldenen Schnitt geteilt! □

2.6. Die Windmühlenform

Eine Vorstufe für die Windmühlenform ist ein weiteres Grundelement der Falttechnik, nämlich die sogenannte ***Briefform***. Dazu faltet man in ein Quadrat die beiden kantenparallelen Mittellinien oder die beiden Diagonalen ein. Auf dem wieder geöffneten Blatt zeichnet sich das Quadratzentrum ab. Auf dieses faltet man die 4 Quadratecken. Das Faltmuster der beiden Briefformen, d.h. sowohl mit den Faltungen der Mittellinien als auch mit den Diagonalen, sieht dann wie folgt aus (vgl. Abb. 41).



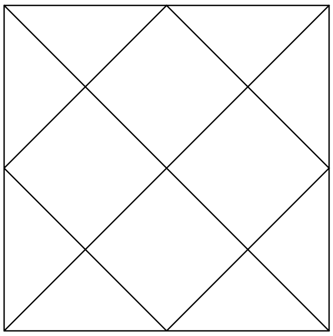


Abb. 40: Die Faltmuster der beiden unterschiedlichen Briefformen

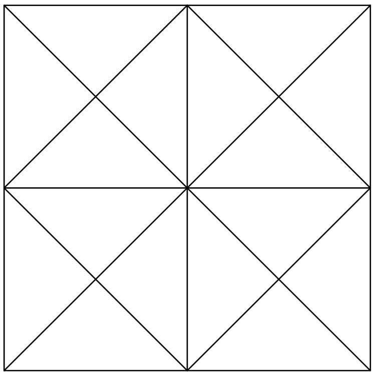


Abb. 41: Das Faltmuster beider Briefformen in einem Blatt

M Eine spezielle Variante des Pythagoras–Satzes.

Das Faltmuster beider vereinigten Briefformen lässt den Betrachter zu der Einsicht gelangen, dass bei einem rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieck die über den Katheten errichteten rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecke zusammen einen Flächeninhalt ergeben, der dem Flächeninhalt des rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecks über der Hypotenuse gleich ist. Es erhebt sich die natürliche Frage, ob diese Flächengleichheit der rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecke über den Katheten mit dem über der Hypotenuse für jedes beliebige rechtwinklige Ausgangsdreieck gilt? Tatsächlich ist diese allgemeine Flächengleichheit der Inhalt des berühmten Pythagoras–Satzes, den man jedoch üblicherweise für die über den Seiten errichteten Quadrate formuliert (vgl. Abb. 42).

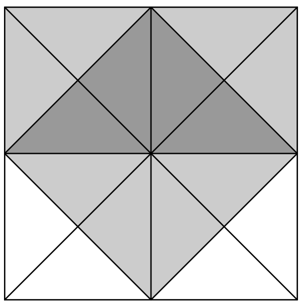


Abb. 42: Flächengleichheit von rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecken über den Katheten und über der Hypotenuse

□

Nun zur Windmühlenform!
Nachdem man die beiden orthogonalen Mittellinien und die beiden Diagonalen eingefaltet hat, bringt man aus dem entfalteten Blatt die Briefform hervor. Dazu faltet man jede Quadratecke auf den Quadratmittelpunkt hin. Dadurch entsteht aus jedem der Viertelquadrate, welche durch die Mittellinien hervorgegangen sind, ein doppelt überlagertes rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck, dessen Katheten von der halben Quadratkantenlänge sind. Jetzt entfaltet man das Blatt wieder und faltet jede Quadratkante auf die Mittellinie. Bei dem entfalteten Blatt bringt man die Mitten der Kanten auf den Mittelpunkt des Quadrates. Die sich dabei aufrichtenden zunächst noch gewölbten rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecke biegt man zum Windmühlenflügel nieder. Damit ist die Windmühlenform fertig (vgl. Abb. 43). Aus dieser lassen sich verschiedene andere Folgeformen ableiten.

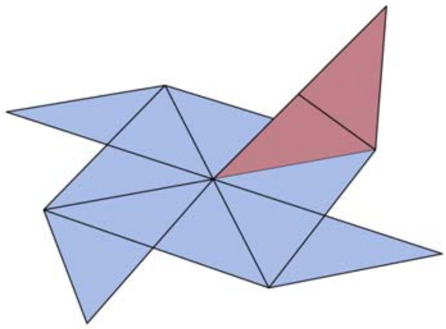


Abb. 43: Die Windmühlenform mit einem aufgerichteten Flügel

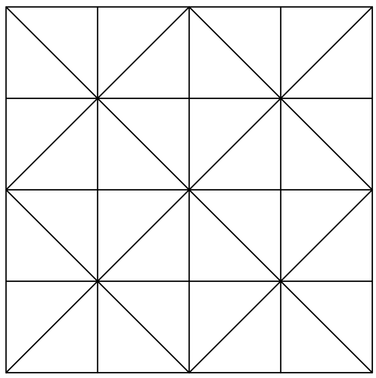


Abb. 44: Das Faltmuster der Windmühlenform und der Tischdecke

O Die aus der Windmühlenform erzeugten Tische.

Wenn man jeden Flügel der Windmühlenform aufrichtet und das doppelte rechtwinklige gleichschenklige Dreieck zusammenklebt, so entsteht ein Tisch, der auf dem Rücken liegt. Halbiert man durch Faltung jedes Flügeldreieck und klebt dann jedes dieser Dreiecke zusammen, dann bekommt man einen auf dem Rücken liegenden Tisch mit kürzeren Beinen (vgl. Abb. 45).

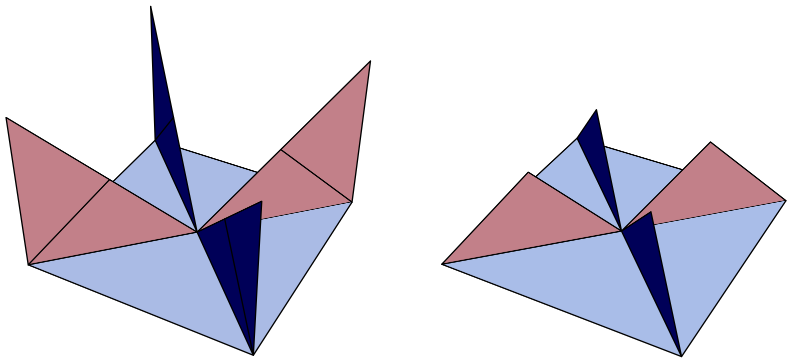


Abb. 45: Auf dem Rücken liegende Tische

♠

$\boxed{\mathbf{M}}$ Raumgeometrisches zu den Tischen.

Wenn man die zuvor betrachteten Tische in die normale Standform bringt und sie mit Decken belegt, die bis auf den Boden reichen, so hat man zwei quadratische Quader — die Umhüllungsquader der Tische — vor sich. Die Quadratkante der Tischfläche habe die Länge 1. Das ist übrigens die Hälfte der Kantenlänge des Ausgangsquadrates. Dann weisen beide Quader einen Rauminhalt von folgender Größe auf:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad bzw. \quad \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Die 4 Seitenflächen des Umhüllungsquaders des hohen Tisches sind OSTWALDsche

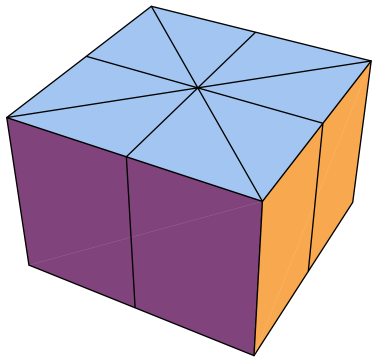


Abb. 46: Der Umhüllungsquader des hohen Tisches

Rechtecke und damit auch deren Hälften. Das Längenverhältnis eines Seitenrechtecks ist nämlich von kurzer zur langen Rechteckseite $\frac{\sqrt{2}}{2} : 1 = 1 : \sqrt{2}$. Beide auf dem

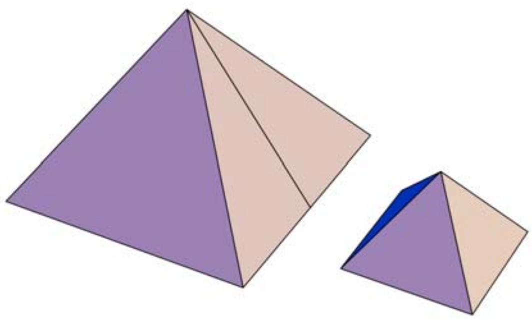


Abb. 47: Die Stützpyramiden zu den vorherigen Tischen

Rücken liegende Tische bilden mit dem Quadratmittelpunkt und den Eckpunkten der 4 Beine jeweils eine quadratische Pyramide. Diese stellen wir anders herum auf mit der quadratischen Grundfläche nach unten (vgl. Abb. 47). Wir nennen diese Pyramiden die Stützpyramiden der beiden Tische. Beide haben die gleiche Gestalt. Die kleinere ist nur halb so hoch wie die größere. Die von der Pyramidenspitze zur Grundfläche verlaufenden schrägen Pyramidenkanten münden mit einem Winkel von 45° in die Grundfläche ein. Wie groß ist nun aber der Winkel, den eine schräge Seitenfläche der Pyramide mit der Grundfläche bildet? Dieser Winkel zeigt sich uns im Aufriss der Pyramide, wenn man sie mit einer Grundkante frontal zum Betrachter anschaut. Das wird für den auf dem Rücken liegenden Tisch dargestellt (vgl. Abb. 48).

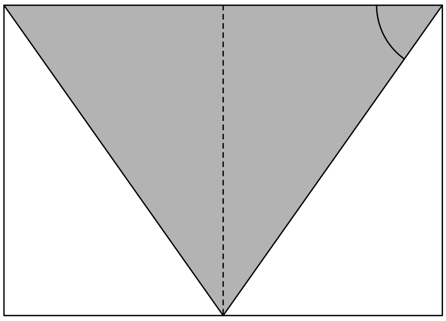


Abb. 48: Ein Aufriss der großen Stützpyramide bei einem auf dem Rücken liegenden Tisch

Man findet die in einem OSTWALDschen Rechteck bestehende Beziehung. Der gefragte Flächenneigungswinkel beträgt

$$\arctan(\sqrt{2}) = 54.735610\cdots^\circ\,.$$

Ohne einen Rückgriff auf die bisherigen Winkelbetrachtungen bei der Stützpyramide hat man durch die aufgerichteten Flügel einen Einblick in die Gestalt ihrer Seitendreiecke. Es handelt sich um 4 kongruente gleichseitige Dreiecke. Die Stützpyramide stellt demnach eine Hälfte eines Oktaeders dar. □

Jeden Windmühlenflügel richtet man aus der Windmühlenform wieder zum rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieck mit einer nach oben weisenden Kathete auf. An der Dreieckshypotenuse kann man die sich zeigende Tasche durch Einbringen eines Fingers leicht öffnen und den Blattteil zu einem Quadrat niederdrücken. Damit liegen vier kleine Quadrate oben auf dem mehrfach gefalteten Blatt. Ein solches Blatt heißt ***ein zur Tischdecke gefaltetes Blatt***.

O Eine aus der Windmühlenform erzeugte Vierblattblüte.

Das zur Tischdecke gefaltete Blatt nimmt man als Ausgangsobjekt. Jedes der oben aufliegenden 4 Quadrate faltet man mit der inneren Ecke auf die äußere Gegenecke. Die entstehende Faltlinie verläuft jeweils von einem Mittelpunkt der Tischdeckenkante zu einem Nachbarmittelpunkt. Jetzt faltet man die rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecke, deren Katheten auf die vier Quadratecken weisen, nach unten weg. Das sich einem nun bietende Quadrat ist in 4 Quadratviertel unterteilt. Die im Mittelpunkt zusammenstoßenden inneren Ecken der Quadratviertel faltet man auf die Außenecken, wodurch die Quadratviertel halbiert werden. Nun richtet man die Halbierungsdreiecke der Quadratviertel auf. Die nach unten weggefalteten Halbierungsdreiecke richtet man mit den einfach gelagerten Teilen ebenfalls auf, während man die mehrfach gelagerten Teile als nach unten gerichtete „Beine" belässt (vgl. Abb. 49). Die Blüte gewinnt an farblicher Attraktivität, wenn man etwa ein Blatt benutzt, dessen eine Seite rot und die andere Seite grün ist. Wenn kein solches Blatt zur Verfügung steht, so klebt man zwei verschiedene Farbblätter zu einem Doppelblatt zusammen. Die Faltkniffe müssen mit dem dickeren Papier besonders sorgfältig gezogen werden!

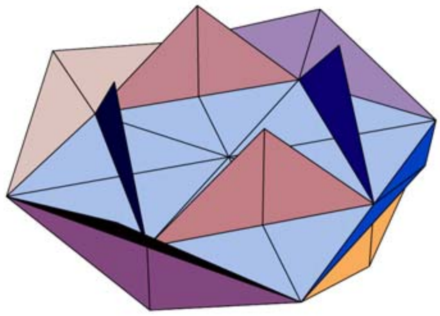


Abb. 49: Eine Vierblattblüte

♠

O Eine Vierblattkelchblüte.

Der vorherigen Vierblattblüte geben wir eine andere Form. Die nach unten gekippten Beine stellen Taschen dar. Diese spreizt man durch Einführen eines Fingers zu Kelchen auf. Das gibt der eigentlich nur leicht veränderten Blüte jetzt ein viel attraktiveres Aussehen (vgl. Abb. 50)

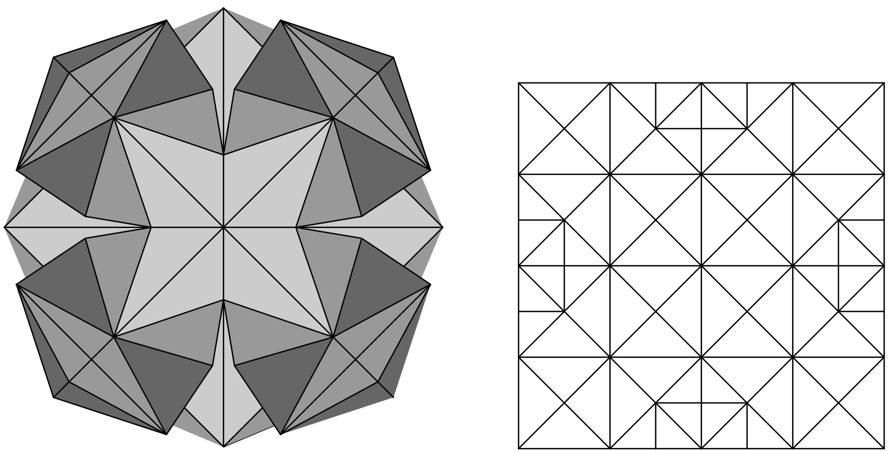


Abb. 50: Eine Kelchblüte aus der Vierblattblüte und das Faltmuster beider Blüten

♠

M Die Größenordnung der rechtwinkligen Dreiecke und Quadrate im Faltmuster.

Das Faltmuster lässt eine Schar von rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecken und von Quadraten im Faltmuster erkennen. Die kleinsten dieser Dreiecke gruppieren sich um die Seitenmitten des Quadratblattes. Die kleinsten Quadrate setzen sich aus zwei kleinen Dreiecken zusammen. Die dann folgende Größe der Dreiecke wird von zwei Dreiecken der kleinsten Stufe gebildet. Der Ähnlichkeitsfaktor für den Übergang von der 1. Stufe zur 2. Stufe beträgt $\sqrt{2}$. Der Flächeninhalt ist dabei auf das Doppelte angewachsen. Zur nächsten Stufe, der dritten, gelangt man gleichfalls durch den Faktor $\sqrt{2}$. Für den Übergang aus der 1. Stufe erfordert das also den Faktor $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$. Man sieht auch, dass der Flächeninhalt dabei auf das Vierfache anwächst. Hinsichtlich der Quadrate ergeben die Elemente 3. Stufe die Felderung des Quadratblattes in die 16 Grundfelder der Faltung. Zur 4. Stufe kommt man durch den Faktor 2. Das entspricht der Felderung in die 4 Quadratfelder, die bei den beiden Faltungen der Mittellinien entstehen. In der Größenordnung folgen nun noch 2 Stufen. Die Faktoren für den stufenweisen Übergang sind 3/2 und 4/3. Von der 1. Stufe zur letzten Stufe, der 6. Stufe, muss man also den Ähnlichkeitfaktor

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 8$$

einsetzen. Tatsächlich füllen $8^2 = 64$ Quadrate der 1. Stufe das gesamte Quadratblatt aus. □

$\boxed{\textbf{O}}$ Die Lotosblüte.

Das aus der Windmühlenform hergestellte Gebilde der Tischdecke nehmen wir zum Startobjekt. Jetzt halbiert man von den äußeren Quadratecken die diagonal in die Ecken einmündenden 45°–Winkel. Dadurch ist aus jedem kleinen Quadrat eine Drachenfigur hervorgegangen. Den Kopf des Drachens kippt man an der Basis des 45°–gleichschenkligen Dreiecks über. In der beigegebenen Abbildung (vgl. Abb. 51) ist die Faltprozedur im oberen Teil bis zu den Drachen und im unteren Teil mit den übergekippten Drachenköpfen gezeigt.

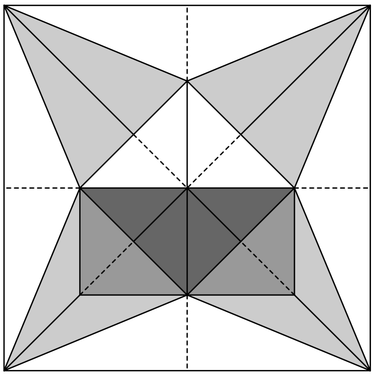


Abb. 51: Auf dem Wege zur Lotosblüte

Durch das Überkippen der Drachenköpfe ist im Innern des Quadrates ein viergeteiltes Quadrat sichtbar (vgl. Abb. 52). Von dem inneren Quadrat kippt man aus der Mitte

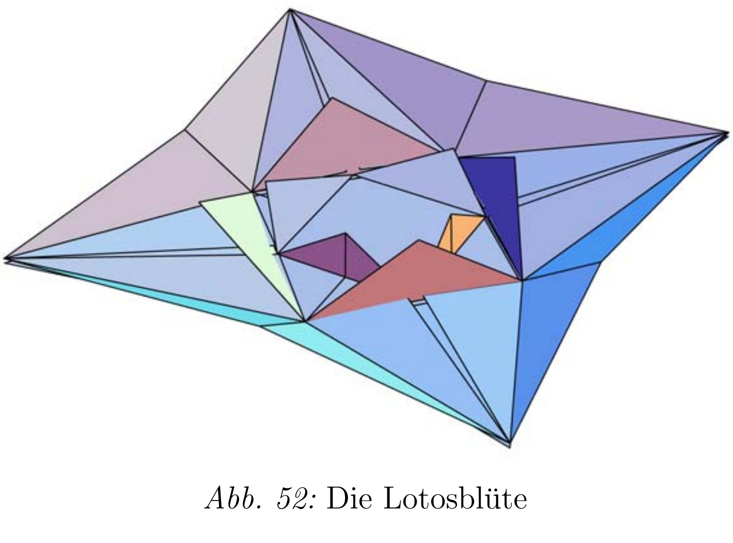


Abb. 52: Die Lotosblüte

die Halbierungsdreiecke mit der inneren Ecke nach außen über und richtet sie wieder auf. Ebenso richtet man die Drachenköpfe auf. Zudem drückt man die Mitten der äußeren Quadratkanten noch etwas nach innen, so dass sich die Seiten zu einer Schale nach oben neigen. ♠

M Zum Faltmuster der Lotosblüte.

Dem Faltmuster der Lotosblüte liegt das Faltmuster der Windmühlenform zugrunde. Hinzukommen noch vor allem Knifflinien von $\pi/8$–Winkeln und Doppelquadrate um die Kantenmitten. Das vollständige Bild zeigt die beigegebene Figur. Im rechten Teil sind noch zusätzliche Details hervorgehoben. Man erkennt eine Drachenfigur mit einem Schwanzwinkel von $\pi/4$ und einem Kopfwinkel von $\pi/2$. So ein Drachen tritt häufig beim Origami auf, was uns schon mehrmals begegnete. Hier befinden sich die Drachen im Faltmuster in den Ecken des quadratischen Ausgangsblattes (vgl. Abb. 53).

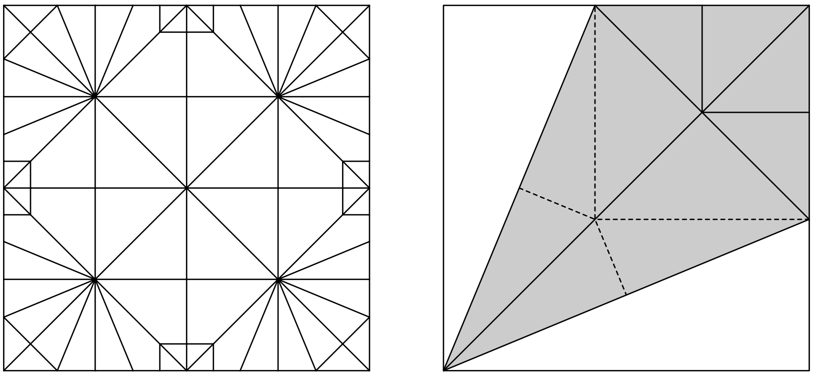


Abb. 53: Das Faltmuster der Lotosblüte sowie ein Strukturdetail

Der rechte Bildteil zeigt den Aufbau des Drachenkopfes aus 4 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken mit Basiswinkeln von $\pi/4$. Der Schwanzteil enthält 2 kongruente gleichschenklige Dreiecken mit Basiswinkeln von $\pi/8$, die ein Vogelviereck formen. Ein zum Drachenkopf kongruentes Dreieck ergänzt dieses zum Drachenschwanz. □

O Der Lotosstern.

Dieses Gebilde ist eine leichte Abwandlung der zuvor erzeugten Lotosblüte.

Anstelle des letzten Arbeitsganges der Behandlung der Seiten tritt eine Abänderung.

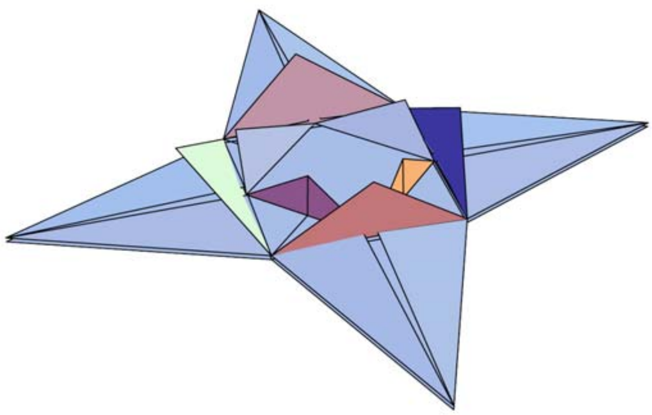


Abb. 54: Der Lotosstern

Hier benutzt man jetzt eine Schere! Von den Mitten der Kanten des quadratischen Lotosgebildes schneidet man längs der Faltlinie bis zum Beginn der Drachen ein und faltet die schmalen rechtwinkligen Dreiecke nach unten auf die Rückseite weg. Ein

Stern ist damit entstanden. ♠

O Ein Origami–Frosch.

Das Startobjekt ist auch hier die Windmühlenform. Das Quadrat mit den aufgerichteten Flügeln legt man so vor sich hin, dass eine Quadratecke auf den Faltenden weist. Jetzt kippt man den unteren Flügel nach rechts, den rechten Flügel nach oben und den oberen Flügel nach links. Der linke Flügel wird jedoch entgegen der Fortsetzung zur Windmühle auch nach oben geklappt. Nun wendet man das Gebilde durch Drehung nach oben. Das mittlere Quadrat überdeckt sodann die Flügelteile. Es erscheint in der Ansicht das im linken Bildteil von Abb. 55 gezeigte Gebilde. Bei diesem kippt man die untere mittlere Quadratecke auf ihre Gegenecke nach oben. Das entstehende Gebilde wird im mittleren Bildteil gezeigt. Wenn man es um einen rechten Winkel drehen würde, so sieht es wie ein Fisch mit Schwanzflosse und weit geöffnetem Maul aus. Das erreichte Gebilde werden wir beim nächsten Objekt zu einem Flieger weiter verarbeiten. Für den Frosch faltet man bei der nicht gedrehten Lage den oberen rechten sowie auch den oberen linken Flügel auf das angrenzende Quadrat.

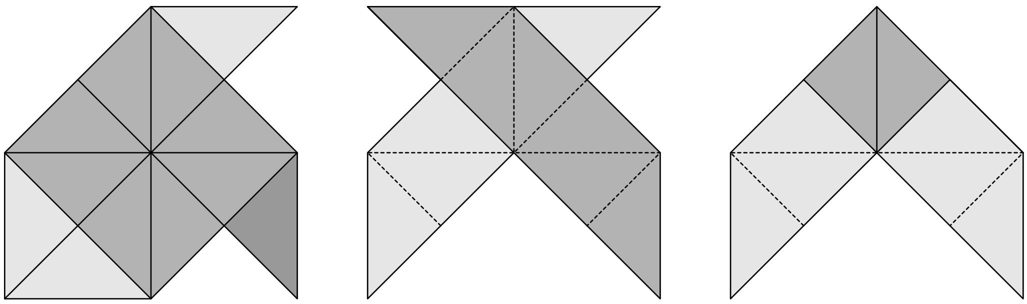


Abb. 55: Auf dem Wege zum Frosch

Nun kippt man die $\pi/4$–Parallelogramme von links und rechts jeweils nach innen. Darauf faltet man die unteren Flügel nach außen. Dies werden die Hinterbeine des Frosches. Im Bild (vgl. Abb. 56) zeigen wir den rechten Teil schon bis zum fertigen Bein. Für die Vorderbeine faltet man die Halbierungsdreiecke des Quadrates mit den unteren Ecken nach oben auf die äußere Ecke. Dann wendet man das Gebilde und stellt den Frosch auf, wozu man die Vorderbeine noch etwas herauskehrt (vgl. Abb. 57).

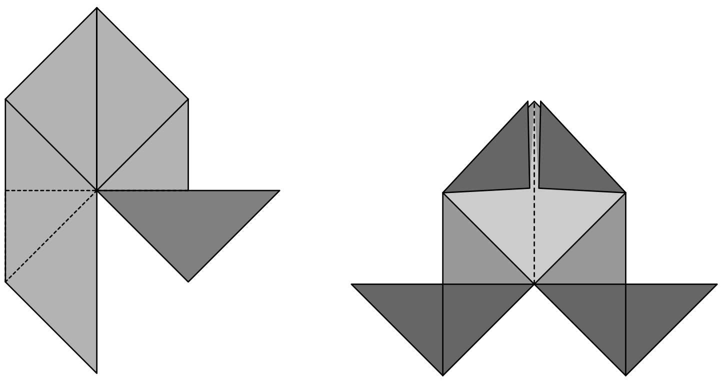


Abb. 56: Weiter zum Frosch

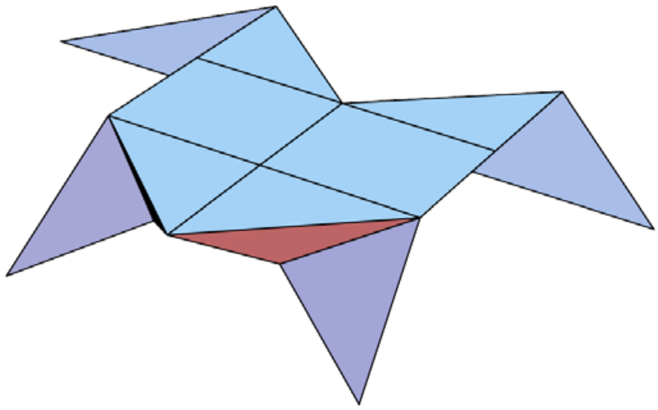


Abb. 57: Der fertige Frosch in räumlicher Ansicht

♠

O Ein Flieger.

Im Faltgeschehen zum Frosch war eine Zwischenstufe das Fischgebilde. Hier wird die Fortsetzung zu einem Flieger besprochen. Man richtet den oberen rechten Flügel auf (d.i. die linke Flosse des Fisches, sofern das Maul nach unten weist). Jetzt drückt man nach dem Aufspreizen den Flügel zum Quadrat nieder. Das macht man auch auf der Rückseite mit dem entsprechenden Flügel. Man erhält in der Draufsicht ein Gebilde wie vorher beim Frosch, nur das die aufliegenden Quadrate auf der Vorder– und Rückseite geschlossen sind. Von diesen beiden Quadraten stellt man durch Winkelhalbierung einen Drachen mit einem Schwanzwinkel von $\pi/4$ her. Den Drachenkopf kippt man auf der Vorder– und Rückseite am besten etwa zur Vorderseite nach innen über. (Das gleichsinnige Überkippen des Kopfes geschieht deshalb, weil dadurch die Schwingen etwas mehr zusammenhalten und sich nebenbei gewissermaßen auch noch ein Fahrwerk andeutet. Abschließend hat man aus einem Extrablatt noch einen Schwanzteil auszuschneiden und zwischen die Schwingen einzuschieben (vgl. Abb. 58).

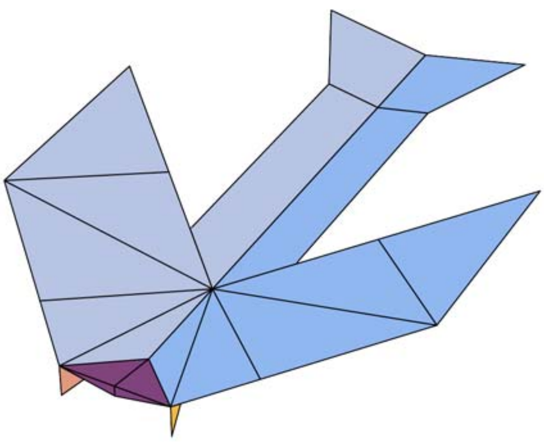


Abb. 58: Ein Flieger aus der Windmühlenform und zusätzlichem Heckteil

Anmerkung 1.: Zur Herstellung des soeben geschilderten Fliegers gibt es auch noch einen anderen Zugang. Die 4 Flügel der Windmühlenform werden aufgerichtet und das eine Paar von gegenüberstehenden Flügeln wird in dieselbe Richtung niedergeklappt. Beim anderen Paar werden die Flügel aufgespreizt und zu Quadraten niedergedrückt. Bei diesen erfolgt die Herstellung der Drachen und das Drehen des einen Drachens

um die Quadratdiagonale zur Gegenseite.
Anmerkung 2.: Aus dem Vierfachdreieck kann man durch die übergekippte Spitze ebenfalls einen Flieger mit anderer Flügelform herstellen. ♠

O Eierbecher bzw. Himmel und Hölle.

Auch hier dient das zur Tischdecke gefaltete Blatt als Startobjekt. Das so gefaltete Blatt wird gewendet. Jetzt faltet man die Quadratecken betont scharf auf den Mittelpunkt zum Brief. Diesen mehrfachliegenden Brief wendet man und faltet die vier obenaufliegenden rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecke über die Quadratkanten nach hinten weg. Nun zieht man noch einmal durch Falten die beiden Mittellinien und die beiden Diagonallinien scharf nach. Die in der Mitte des mehrfachgefalteten Quadrates zusammenstoßenden Ecken der diagonal geschlitzten kleinen Quadrate hebt man an und öffnet die sich zeigenden Taschen durch Einbringen eines Fingers. Die sich in der Mitte abzeichnende Pyramide drückt man längs der von der Spitze ausgehenden Mittellinien zur Endfigur zurecht, die einen Eierbecher für vier Eier abgibt. Die Figur heißt auch sonderbarerweise Himmel und Hölle (vgl. Abb. 59, die äußeren Schrägen sind in Wahrheit geschlitzt.)

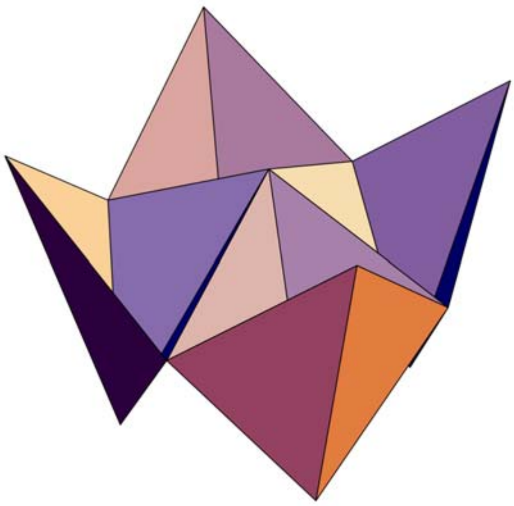


Abb. 59: Das sogenannte Faltgebilde Himmel–Hölle bzw. der Origami–Eierbecher

♠

O Eine Sternblüte.

In gleicher Weise wie in dem vorherigen Beispiel beginnt man mit einem zur Tischdecke gefalteten Blatt als Startobjekt. Das so gefaltete Blatt wird gewendet und die Quadratecken werden auf die Quadratmitte gefaltet. Diese Faltprozedur nimmt man zweckmäßig an der Tischkante vor, so dass sich für jede Ecke das ganze unten liegende Viertelquadrat um seine Diagonale nach oben dreht. Das sich ergebende Quadrat wird gewendet. Es zeigt sich einem ein Quadrat, das im Inneren ein auf der Spitze stehendes Quadrat enthält, welches von 4 diagonal geschlitzten kleinen Quadraten gebildet wird. Bei den in der Mitte zusammenstoßenden kleinen Quadraten faltet man jeweils die innere Ecke auf die Außenecke. Die weggefaltete Ecke führt man wieder zurück und öffnet den Diagonalschlitz. Das sich damit vorformende Rechteck — ein Doppelquadrat — faltet man durch Hinunterdrücken mit seiner langen Kante auf die Außenkante des großen Quadrates. Es ist für den Ablauf hinsichtlich des Rechtecks wohl bequemer — insbesondere, wenn man ohne Hilfsmittel nur mit den Fingern arbeitet, — dass man das Rechteck nacheinander nur zur Hälfte hervorbringt. In dem Rechteck ist eine rechtwinklige gleichschenklige Zacke verborgen. Diese Zacke kippt man zur Mitte des großen Quadrates, so dass das vorherige kleine Quadrat die Zacke in anderer Lage wieder umhüllt. Jetzt wendet man das gefaltete Blatt. Es bietet sich einem ein Quadrat mit vier aufliegenden Viertelquadraten. Bei diesen halbiert man von der äußeren Ecke die 45°–Winkel durch Falten. Das so gefaltete Blatt wendet man und hat die Sternblüte, wenn man die 4 rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecke noch etwas als innere Blütenblätter aufrichtet (vgl. Abb. 60)

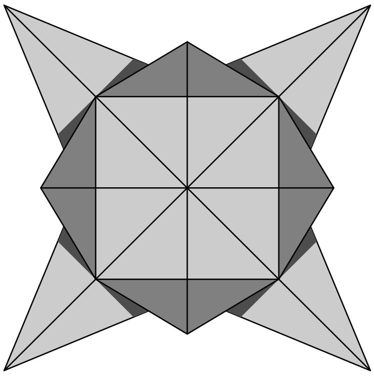


Abb. 60: Die soeben gefaltete Sternblüte in der Draufsicht

♠

$\boxed{\textbf{M}}$ Die Winkelhalbierenden in einem rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieck.

Von der zuvor gefalteten Sternblüte betrachten wir das Faltmuster und einen besonderen Randteil dieses Musters (vgl. Abb. 61).

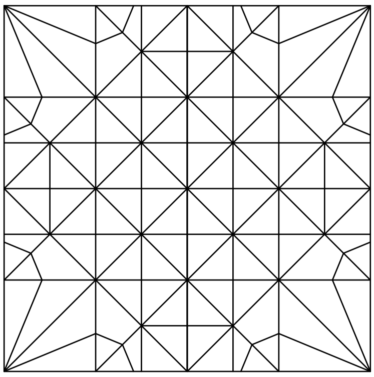


Abb. 61: Das Faltmuster der soeben gefalteten Sternblüte

Im Faltmuster erkennt man um die Mitte der Randkanten die Rechtecke aus den Doppelquadraten. Von den Ecken des Musters gehen in die kleinen Quadrate die Winkelhalbierenden um die Diagonalen hinein. Der weitere Verlauf des zum Rand zurückführenden Streckenzuges ist von Interesse. Dazu sei das umhüllende Quadrat extra hervorgehoben (vgl. Abb. 62). Die Teilung des 45°–Winkels bestimmt den Verlauf des Streckenzuges. Die beiden letzten Teilstrecken des Zuges sind gleichlang. Ihr Abknickpunkt ist der Schnittpunkt der 3 Winkelhalbierenden in einem rechtwinkligen gleichschenkligen Dreieck. Übrigens schneiden sich in jedem beliebigen Dreieck die 3 Winkelhalbierenden der Innenwinkel in einem Punkt. Dieser ist der Mittelpunkt des Inkreises des Dreiecks, weil die Winkelhalbierenden eines sich schneidenden Geradenpaares jeweils der geometrische Ort aller Punkte sind, die von den beiden Geraden

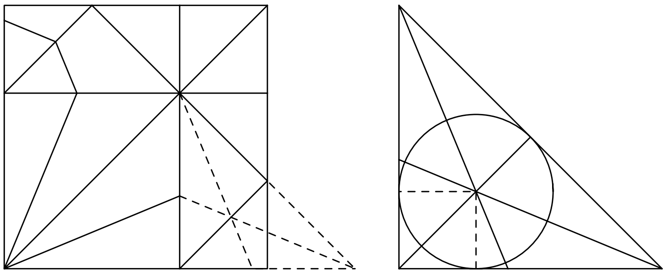


Abb. 62: Der hervorgehobene Randteil des Sternblüten–Faltmusters

gleichweit entfernt sind. Von unserem Dreieck der Kathetenlänge 1 wollen wir die Radiusgröße des Inkreises ermitteln. Die Winkelhalbierende des 90°–Winkels hat die Länge $\sqrt{2}/2$. Für den Radius r ergibt sich:

$$r(1+\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Das liefert schließlich:

$$r = \frac{2-\sqrt{2}}{2}.$$

□

O Eine weitere Sternblüte.

Klappt man von der Sternblüte die etwas aufgerichteten inneren Blütenblätter ganz nach innen und wendet das Blatt, so kann man auf der jetzigen oberen Seite eine weitere Sternblüte erzeugen. Man braucht dazu nur noch die nach innen weisenden rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecke aufzurichten und ein wenig nach außen zu kippen. Die Blüte zeigen wir in der Draufsicht (vgl. Abb. 63).

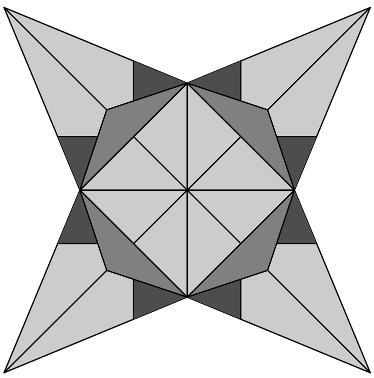


Abb. 63: Die weitere Sternblüte

♠

Aus der Mühlengrundform lassen sich nun recht viele andere Formen ableiten. Hier hat die eigene Fantasie genügenden Spielraum zwecks Entwicklung von Formen persönlicher Neuschöpfungen ohne Bindung an schon geläufige Produkte. Das entspricht der freien Variation in der Hausmusik! Wir zeigen einige solche Gebilde.

O Vierblättrige Blüten mit Mittelstern aus der Mühlengrundform.

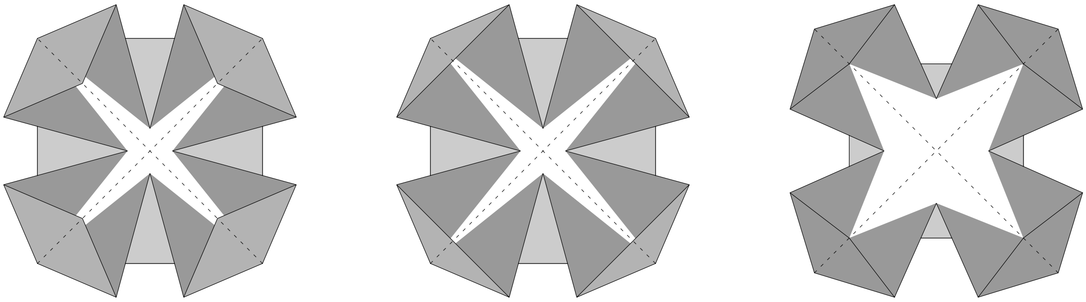


Abb. 64: Drei Blüten über dem Basisquadrat der Windmühle in Draufsicht

Natürlich kann zusätzlich im Blütenboden auch noch eine Vertiefung eingefaltet werden, um einen Stängel aufzunehmen. Dazu orientiere man sich an den schon behandelten Stängeln für die Iris und die Lilie. ♠

O Ein Tiergesicht.

In das Faltmuster der Windmühle falten wir an den vier Ecken noch zusätzlich die Winkelhalbierenden der 45°-Winkel ein sowie an zwei Nachbarecken die Abtrennungslinien. Mit diesen Faltungen kann man dann beispielsweise ein Art Tiergesicht formen, das man zur Stabilität zweckmäßig mit Klebe dauerhafter macht und je nach Bedarf auch noch Augen aufklebt.

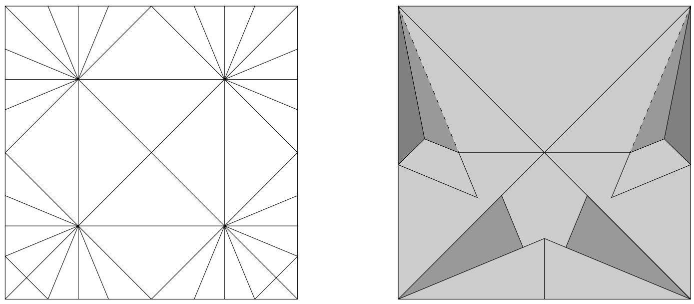


Abb. 65: Ein erweitertes Faltmuster der Windmühlenform und ein daraus gefertigtes Tiergesicht in Draufsicht

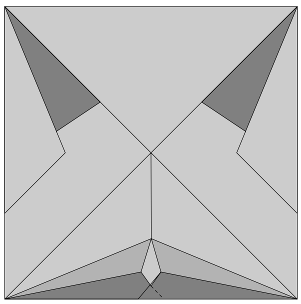


Abb. 66: Eine weitere Abwandlung mit der Windmühlenfaltung

♠

O Ein freundliches Faschingsgesicht und ein Teufelsgesicht.

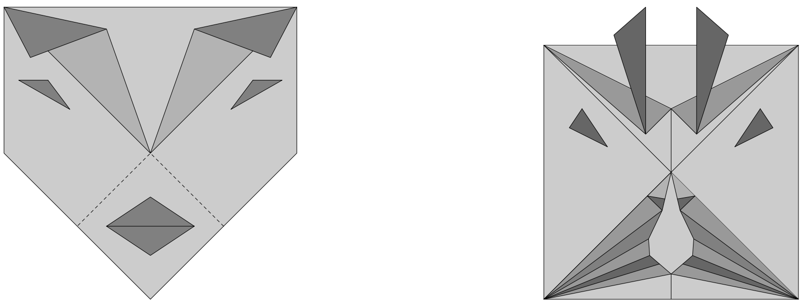


Abb. 67: Ein freundliches Gesicht (Augen und Mund sind zusätzlich aufgeklebt) sowie ein Teufelsgesicht, wo nur die Augen zusätzlich aufgeklebt sind

♠

O Ein weiteres Tiergesicht.

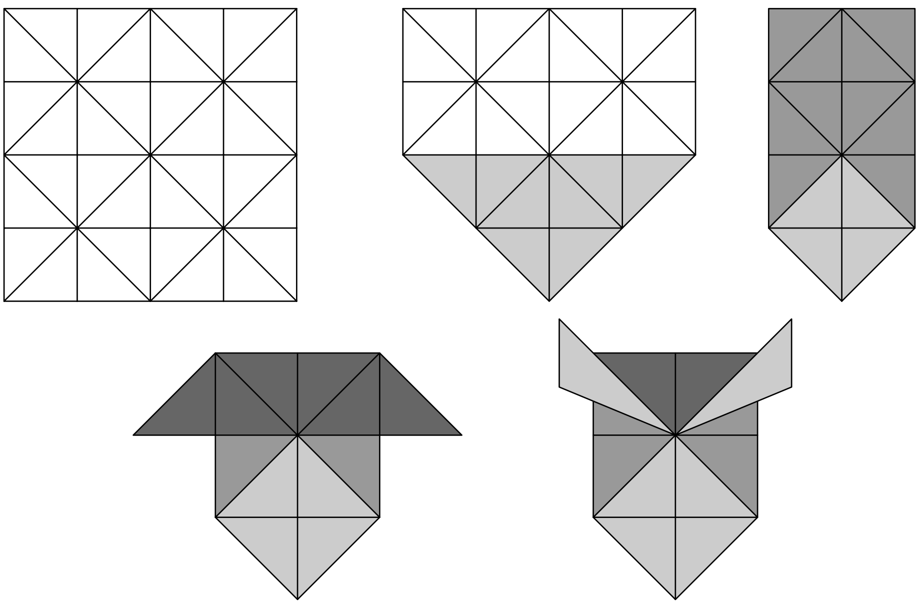


Abb. 68: Die Faltprozeduren für ein weiteres Tiergesicht

In ein Quadratblatt sei die Windmühlenfaltung eingebracht. Das entfaltete Blatt wird nun wie folgt weiter behandelt. Man faltet die rechte und linke untere Quadratecke auf den Quadratmittelpunkt. Sodann klappt man den verbleibenden rechten Streifen nach links und den linken Streifen nach rechts. Im oberen Teil werden die beiden Windmühlenflügel aufgerichtet und nach außen geklappt. Für diese halbiert man jetzt vom Zentrum aus durch Faltung rechts und links den $\pi/4$–Winkel. Dadurch hat man zwei kongruente Dreiecke mit den Winkeln $\pi/8, 2\pi/8$ und $5\pi/8$ vor sich. Diese klappt man in die Vertikale, öffnet die Taschen von oben und drückt sie jeweils zu einer Drachenfigur nieder und faltet sie längs ihrer großen Diagonale nach oben zusammen. Nun legt man — etwa zuerst rechts — eine Führungskante durch die Kinnspitze und den äußeren Punkt der sich abzeichnenden horizontalen Knifflinie unter dem Ohr und faltet entlang dieser Kante den rechten Teil nach innen. Die Faltkante stellt eine Diagonale in einem Trapez dar, das aus einem Quadrat besteht, dem ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck mit an der Quadratkante anliegender Kathete hinzugefügt wurde. So eine Faltung führt man auch links durch. Darauf wird das spitze Kinn nach hinten weg geklappt, um eine breite Kinnlade zu erzeugen. Mund und Augen klebt man zwecks Erreichung eines markanteren Gesichtsausdrucks noch extra auf. Der Leser mag mit einer Abwandlung der Ohren herumexperimentieren und je nach Geschmack die ihm geeigneter erscheinenden auswählen. Eine ganz andere Kinnpartie erhält man, wenn man den vollständigen linken und rechten Streifen auf die vertikale Mittellienie faltet und darauf die unteren Ecken nach innen klappt, so dass als Faltlinie die Diagonale eines Rechtecks vom Format 1×2 erscheint. Den über die vertikale Mittellinie hinwegreichenden Teil faltet man wieder zurück. Wie bei dem anderen Modell wird die untere Zone wieder nach hinten weggefaltet. Jetzt schließt das Gebilde mit einem Knebelbart ab. ♠

M Drachenfiguren im vorherigen Faltmuster.

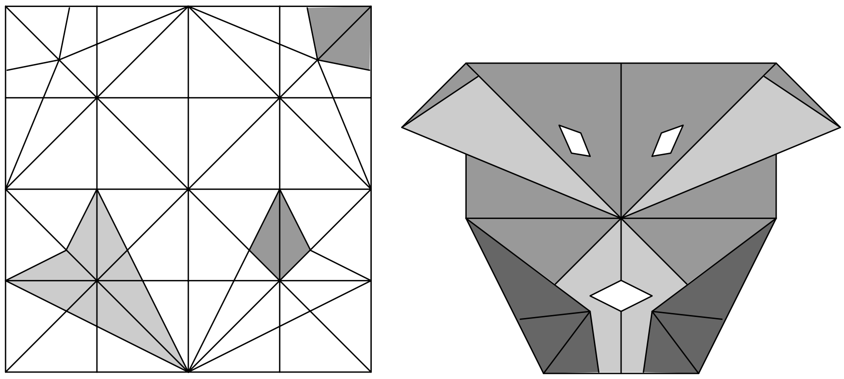


Abb. 69: Das Faltmuster und das fertige Tiergesicht mit extra aufgeklebtem Mund und Augen

In dem Faltmuster (vgl. Abb. 69, links) ist ein grau unterlegtes Vogelviereck extra hervorgehoben. Dieses baut sich aus einem gleichschenkligen Dreieck mit einem $\pi/4$–Topwinkel und zwei angehefteten kongruenten Drachen auf. Die Drachen haben einen Kopfwinkel von $\pi/2$ und einen Schwanzwinkel, der das Doppelte von $\arctan \frac{1}{2}$ ist. Der letztgenannte halbe Schwanzwinkel wird uns später noch weiter beschäftigen.
Der andere Drachen ist ebenfalls grau unterlegt. Sein Kopfwinkel beträgt $5\pi/8$ und der Schwanzwinkel misst $\pi/2$. □

O Der Schmetterling: Schwalbenschwanz.

Die Windmühlenfaltung ist hier wiederum der Ausgangspunkt. Die vier Flügel klappt man jetzt so nieder, dass sich ein Quadrat ergibt mit rechts und links anschließenden rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecken. Dann faltet man dieses Gebilde entlang der langen Mittellinie zu einem Trapez zusammen. Dabei soll die lange Basislinie des Trapezes offen sein und vom Faltenden weggewandt werden. Den oben aufliegenden linken Flügel klappt man nach unten. Die obere offene Kante weist eine Vierteilung in vier gleiche Teile auf. Ein Lineal oder eine Führungskante aus Papier legt man durch die untere Spitze und den ersten linken Teilungspunkt der Vierteilung. Diese Führungskante verläuft durch die Mitte der unteren Seite des kleinen Quadrates, das sich durch die Knifflinien abzeichnet. An dieser Kante faltet man den aufliegenden Teil nach rechts. Es ist ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Kathetenverhältnis 1×2 entstanden. Vom Mittelpunkt der Hypotenuse geht eine kurze Faltlinie nach rechts oben. An diese Faltlinie faltet man die lange Kathete heran. So verfährt man auch mit der rechten Seite. Es sind die Schwanzteile entstanden. Sodann wir das Blatt gewendet und mittels einer Führungskante werden die im Bild dargestellten zwei Faltungen vollzogen. Das Gebilde wird noch einmal gewendet und die aufliegenden oberen Ecken, die den ersten bzw. dritten Teilungspunkt der Vierteilung anzeigen, faltet man nach innen, so dass sich eine Faltlinie vom oberen mittleren Teilungspunkt zum Durchsatzpunkt der vertikalen Faltlinie ergibt. Die entstehenden beiden rechtwinkligen Dreiecke richtet man als Stützen des Schmetterlings auf.

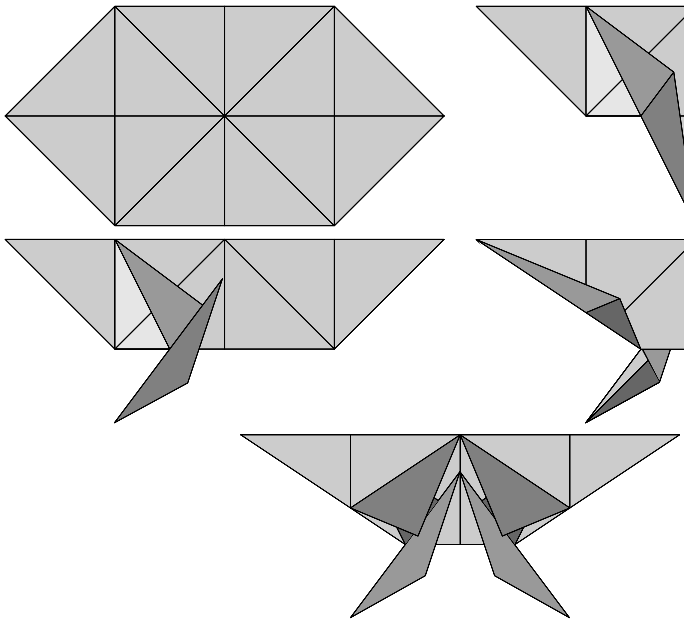


Abb. 70: Die Faltvorgänge zum Schmetterling: Schwalbenschwanz

Das Faltmuster hält eine Reihe von interessanten mathematischen Fragen bereit. Dabei spielen folgende Winkel eine Rolle:

$$\arctan\frac{1}{2}, \quad \textit{sowie} \quad \arctan\frac{2}{3}.$$

Hier versuche der Leser später, nachdem er die weiteren Ausführungen im nächsten Kapitel zur Kenntnis genommen hat, selber Einblicke zu erhalten.

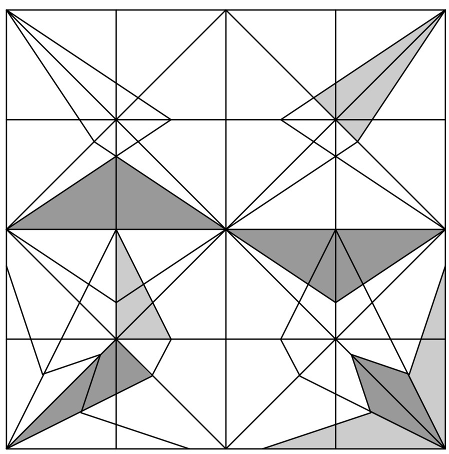


Abb. 71: Das Faltmuster des Schmetterlings Schwalbenschwanz

♠